

Taurida National V. Vernadsky University  
Branch of Moscow State University in Sevastopol  
Crimea Scientific Center of Ukrainian NAS  
Crimea Mathematical Foundation  
Crimea Academy of Sciences

*International Conference*  
*Международная конференция*

**KROMSH-2010**

The Twenty First Crimean Autumn Mathematical School-Symposium  
Двадцать Первая Крымская Осенняя Математическая Школа-Симпозиум

**BOOK OF ABSTRACTS**



**СБОРНИК ТЕЗИСОВ**

Crimea, Laspi-Batiliman, September 17-29  
**2010**

*www.kromsh.info*

Крымская Осенняя Математическая Школа-Симпозиум (КРОМШ-2010).  
Crimean Autumn Mathematical School-Symposium (KROMSH-2010).  
Двадцать первая ежегодная международная конференция. Тезисы докладов. –  
Симферополь: издательство КНЦ НАНУ, 2010. – 67 с.

**Организационный комитет:**

Копачевский Н.Д. (председатель), Орлов И.В. (учёный секретарь),  
Войтицкий В.И., Марянин Б.Д., Муратов М.А.,  
Пашкова Ю.С., Смирнова С.И., Старков П.А.

**Програмный комитет:**

Агранович М.С. (Москва), Антонец А.Б. (Минск), Wojański B. (Warsaw),  
Бурский В.П. (Донецк), Власов В.В. (Москва), Чикрий А.А. (Киев),  
Горбачук М.Л. (Киев), Копачевский Н.Д. (Симферополь),  
Куракин Л.Г. (Ростов-на-Дону), Левенштам В.Б. (Ростов-на-Дону),  
Маламуд М.М. (Донецк), Овчинников В.И. (Воронеж),  
Орлов И.В. (Симферополь), Печенцов А.С. (Москва),  
Samborsky S. N. (Саен), Самойленко Ю.С. (Киев),  
Скубачевский А.Л. (Москва), Шкаликов А.А. (Москва).

**Редакционный совет:**

Копачевский Н.Д., Орлов И.В. (главный редактор),  
Старков П.А. (редактор), Войтицкий В.И. (технический редактор).

© Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, 2010.

## Сильно эллиптические системы 2-го порядка с граничными условиями на незамкнутой липшицевой поверхности

*Агранович М. С.*

Московский государственный институт электроники и математики  
(технический университет)

Пусть  $S$  —  $(n - 1)$ -мерная липшицева поверхность с липшицевым краем  $\partial S$ , для простоты лежащая внутри тора  $\mathbb{T} = \mathbb{T}^n$ . Предполагаем, что она составляет часть замкнутой липшицевой поверхности  $\Gamma$ , делящей тор на две области  $\Omega^\pm$ , и что  $\Gamma$  состоит из двух областей  $S$  и  $\tilde{S}$  и их общей границы  $\partial S$ .

Пусть на торе задана сильно эллиптическая система 2-го порядка. Будет рассказано о следующих задачах для этой системы вне  $S$  с граничными условиями на двух сторонах  $S^\pm$  поверхности  $S$ . 1) Задача Дирихле с условиями  $u^\pm = g^\pm$  на  $S^\pm$ , где функции  $g^\pm$  совпадают на  $\partial S$ . 2) Аналогичная задача Неймана. 3), 4): спектральные задачи сопряжения.

## Обоснование метода усреднения для абстрактных параболических уравнений с линейной нестационарной главной частью

*Александров В. Ю.*

ЗАО "КОМСТАР-Регионы" (Ростов-на-Дону)

Обоснован метода усреднения для абстрактных параболических уравнений с зависящим от времени главным линейным оператором и подчиненным, в определенном смысле, этому оператору нелинейным быстро осциллирующим во времени отображением. Используя этот результат, метод усреднения обоснован для некоторого класса полулинейных параболических начально-краевых задач с зависящими от пространственных и временной переменных старшими коэффициентами.

## Общая функция Ляпунова в задачах управления

*Ананьевский И. М.*

Учреждение Российской академии наук Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН (Москва)

Будет введено понятие общей функции Ляпунова, рассказано о некоторых ее свойствах и приведены примеры применения общих функций Ляпунова в задачах управления.

## О дифференциальных выражениях с дельта-образными коэффициентами

*Антоневич А. Б.*

Белорусский государственный университет (Минск)

Рассматривается вопрос о том, как формальное выражение

$$Lu + a\delta u, \quad u \in L_2(\mathbb{R}^d),$$

где  $L$  — эллиптический самосопряженный дифференциальный оператор порядка  $m$  в пространстве  $L_2(\mathbb{R}^d)$ ,  $\delta$  — обобщенная функция Дирака,  $a$  — величина, называемая константой связи, можно интерпретировать как оператор в  $L_2(\mathbb{R}^d)$ .

## Экстремальные траектории в нильпотентной четырёхмерной субримановой задаче с двухмерным управлением на группе Энгеля

*Ардентов А. А.*

Институт Программных Систем им. А.К.Айламазяна Российской Академии Наук  
(Переславль-Залесский, Ярославльская обл.)

Рассматривается левоинвариантная субриманова задача на группе Энгеля:

$$\begin{aligned} \dot{q} &= u_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -\frac{y}{2} \\ 0 \end{pmatrix} + u_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{x}{2} \\ \frac{x^2+y^2}{2} \end{pmatrix} \\ q &= (x, y, z, v)^T \in \mathbf{R}^4, \\ u &= (u_1, u_2) \in \mathbf{R}^2, \\ q(0) &= q_0, \quad q(t_1) = q_1, \\ l &= \int_0^{t_1} \sqrt{u_1^2 + u_2^2} dt \rightarrow \min. \end{aligned}$$

Эта задача имеет большое значение как нильпотентная аппроксимация неголономных систем в 4-мерном пространстве с 2-мерным управлением (например, для системы, описывающей движение мобильного робота с прицепом).

К рассмотренной задаче оптимального управления применяется принцип максимума Понтрягина. Вычислены аномальные экстремальные траектории. Подсистема для сопряженных переменных нормальной гамильтоновой системы сведена к уравнению маятника:

$$\ddot{\theta} = -\alpha \sin \theta.$$

Получена параметризация нормальных экстремальных траекторий функциями Якоби.

Описаны дискретные симметрии экспоненциального отображения. Вычислены соответствующие точки Максвелла.

## Обращение интегральных операторов методом операторных тождеств

*Аршава Е. А.*

Харьковский государственный технический университет строительства и архитектуры

Изучается задача обращения интегральных операторов на конечном отрезке с ядром, удовлетворяющим дифференциальному уравнению в частных производных гиперболического типа, методом операторных тождеств. Исследованы обобщенные коммутационные соотношения и получены достаточные условия конечномерности соответствующего коммутационного оператора. В качестве примера рассмотрено решение задачи фильтрации нестационарных случайных процессов.

## Обращение интегральных операторов методом операторных тождеств

*Байдюк Д. В.*

Донецкий национальный университет

В работе введены понятия граничной тройки и соответствующей ей функции Вейля для изометрического оператора  $V$  в пространстве Понтрягина. В терминах граничных операторов получены явные формулы для резольвентных

матриц. Дано описание матриц рассеяния унитарных расширений изометрического оператора  $V$  в пространстве Понтрягина.

## **О погрешности внешней аппроксимации многогранником строго выпуклого компакта в метрике Хаусдорфа<sup>1</sup>**

*Балашов М. В.*

ГОУ ВПО Московский физико-технический институт (ГУ)

В конечномерном евклидовом пространстве  $\mathbb{R}^n$  над вещественным полем скаляров получены оценки погрешности внешней многогранной аппроксимации строго выпуклого компакта в метрике Хаусдорфа. Оценки зависят от модуля выпуклости строго выпуклого компакта и являются неулучшаемыми по мелкости сетки

## **Неравенства типа Харди и их приложения**

*Балашова Г. С.*

Московский энергетический институт (технический университет)

В 20-х годах Харди доказал известное интегральное неравенство для измеримых неотрицательных функций. Позже это неравенство обобщалось различными известными математиками с более общими интегральными операторами. Такие неравенства имеют огромное значение, так как могут быть интерпретированы как непрерывные вложения весовых Лебеговых пространств, а также весовых пространств Соболева, в частности и весовых пространств Соболева бесконечного порядка.

## **О состояниях обратимости и условиях фредгольмовости линейных дифференциальных операторов с неограниченными операторными коэффициентами, разностных операторов и отношений**

*Баскаков А. Г., Малюгина О. А.*

Воронежский государственный университет  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Исследуются линейные дифференциальные операторы с неограниченными операторными коэффициентами в функциональных пространствах на бесконечном промежутке, разностные операторы и отношения. Изучается множество состояний их обратимости. Получены необходимые и достаточные условия их фредгольмовости.

## **Операторы дифференцирования и интегрирования на нуль-мерных локально компактных группах**

*Безбородова А. А.*

Саратовский государственный университет

Структура нуль-мерных локально компактных групп такова, что многие вопросы классического анализа остаются открытыми из-за того, что трудно провести аналогию между некоторыми понятиями. Одним из таких вопросов является проблема интегрирования и дифференцирования. В настоящей работе вводится определение производной и первообразной функции на нуль-мерной локально компактной группе  $G$ , основанное на свойствах уже имеющегося на

<sup>1</sup>Поддержано РФФИ 10-01-00139-а, ФОА 1.2.1 НК-13П/4

группе  $G$  преобразования Фурье. Затем изучаются свойства введенных операторов интегрирования и дифференцирования.

## О некоторых проблемах гармонических отображений

*Безродных С. И., Власов В. И.*

Учреждение РАН Вычислительный центр им. А.А.Дородницына РАН (Москва)

Согласно теореме Радо — Кнезера — Шоке, для того чтобы гармоническое отображение  $\mathcal{F} : \mathcal{Z} \xrightarrow{\text{harm}} \mathcal{W}$  было гомеоморфизмом замыканий жордановых областей  $\overline{\mathcal{Z}}$  и  $\overline{\mathcal{W}}$ , достаточно, чтобы область  $\mathcal{W}$  была выпуклой. Однако, при численном построении функции  $\mathcal{F}$  нередко оказывалось, что при выполнении этого достаточного условия  $\mathcal{W}$  отображение  $\mathcal{F}$ , тем не менее, не осуществляло гомеоморфизма областей. В работе показано, что если отображение  $\mathcal{F}$  строить с помощью метода мультиполей, то противоречия с теоремой Радо — Кнезера — Шоке не возникает.

Справедлива также следующая теорема, в которой предполагается, что граничный гомеоморфизм удовлетворяет общепринятым естественным условиям:

**Теорема.** Пусть выпуклая область  $\mathcal{W}$  есть внутренность жорданового кусочно-ляпуновского контура  $\Gamma$  с угловыми точками  $w_j$  ( $j = \overline{1, J}$ ), области  $\mathcal{W}_\varepsilon^j := \{w : |w - w_j| < \varepsilon\} \cap \mathcal{W}$  представляют собой  $\mathcal{W}$ -окрестности вершин  $w_j$ , а  $\mathcal{W}_\varepsilon := \mathcal{W} \setminus \cup_j \mathcal{W}_\varepsilon^j$ . Тогда при любом малом  $\varepsilon > 0$  гармоническое отображение  $\mathcal{F}$  круга на  $\mathcal{W}$  является билипшицевым в  $\overline{\mathcal{W}_\varepsilon}$  и не является билипшицевым ни в одной из  $\overline{\mathcal{W}_\varepsilon^j}$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№10-01-00837), программы фундаментальных исследований ОМН РАН №3 и программы РАН "Современные проблемы теоретической математики", проект "Оптимизация вычислительных алгоритмов решения задач математической физики".

## Динамика контрастных структур в параболической задаче с отражением пространственной переменной

*Белан Е. П.*

Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского (Симферополь)

Рассматривается на промежутке  $(-\pi/2, \pi/2)$  краевая задача [1]

$$\partial_t u(x, t) + u(x, t) = D \partial_{xx} u(x, t) + K(1 + \gamma \cos u(-x, t)), \quad \partial_x u(-\pi/2, t) = \partial_x u(\pi/2, t) = 0,$$

моделирующая динамику  $u(x, t)$  фазовой модуляции световой волны, прошедшей тонкий слой нелинейной среды с преобразованием отражения координат в двумерной обратной связи. Здесь  $D > 0$ ,  $K > 0$ ,  $\gamma > 0$ . Пусть  $w = w(K)$  гладкая ветвь решений уравнения  $w = K(1 + \gamma \cos w)$ , а  $-K\gamma \sin w < -1$ .

Рассматриваются вопросы существования, формы и устойчивости стационарных структур исходной задачи при уменьшении коэффициента диффузии.

### Литература

1. Воронцов М.А., Железных Н.И. // Мат. модел. 1990. - том 2, - № 2. - С. 31-38.

## Дифференцирование в алгебрах фон Неймана с образом в идеале

*Бер А. Ф.*

Фирма "ISV SOLUTIONS" (ТАШКЕНТ, УЗБЕКИСТАН)

Пусть  $\mathcal{M}$  - алгебра фон Неймана. В работе показано, что для любого  $a \in LS_h(\mathcal{M})$  существует такой элемент  $c_0 \in Z_h(LS(\mathcal{M}))$ , для которого при любом  $\varepsilon > 0$  найдется такой элемент  $u_\varepsilon \in U(\mathcal{M})$ , что  $|[a, u_\varepsilon]| \geq (1 - \varepsilon)|a - c_0|$ . Следствием этого результата является утверждение о том, что любое дифференцирование на алгебре фон Неймана с образом в идеале есть внутреннее с представляющим элементом из этого же идеала.

## Математическое образование специалистов технического профиля в аспекте требований работодателей

*Битнер Г. Г.*

КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. А.Н. ТУПОЛЕВА  
филиал "Восток"

Благополучие страны, основа ее развития - в интеллектуальном потенциале общества. А он закладывается, формируется в образовательном учреждении. Форма и структура современного учреждения высшего профессионального образования должна максимально соответствовать требованиям и запросам работодателей. Математика является одной из важнейших дисциплин, способствующей раскрытию потенциала человека, развитию его личности. Она закладывает фундаментальные качества личности, а вместе с тем и фундамент нашего общества. Выдающийся швейцарский педагог И.Г. Песталоцци не раз отмечал, что обучение математике чрезвычайно существенно для улучшения экономического развития страны и для подъема благосостояния народа. Потому для эффективного управления качеством формирования математической культуры будущих специалистов технического профиля как составляющей их профессиональной культуры необходимы технологии, способные оптимально выстраивать образовательный процесс, в значительной мере "вписанный" в реальную профессиональную деятельность, и предусматривающие:

- установление исходного уровня студентов и каждого студента;
- сознательное и планомерное педагогическое воздействие;
- отбор и структурирование содержания обучения;
- выбор сочетания методов, форм организации, средств обучения и самообучения;
- планирование самостоятельной работы;
- проектирование контролирующих процедур и коррекцию в соответствии с полученными результатами.

А для этого сначала необходимо определить для каждой специальности список основных потребителей, совместно с ними спланировать, организовать и провести исследования по изучению того, какими должны быть учебные программы профессионального и соответственно математического образования. А также какими, для каждой конкретной организации, фирмы компетенциями должен обладать будущий специалист.

## Об экспоненциальной дихотомии разностных операторов, связанных с полугруппой Хоулэнда, и их спектральные свойства

*Бичегкуев М. С.*

СЕВЕРО-ОСЕТИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (ВЛАДИКАВКАЗ)

Рассматривается линейный разностный оператор  $(\mathcal{D}x)(t) = x(t) - B(t)x(t-h)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ , где  $h$  – некоторое ненулевое число из  $\mathbb{R}$  и  $B$  – непрерывная ограниченная операторнозначная функция на  $\mathbb{R}$  со значениями в алгебре линейных ограниченных операторов, действующих в банаховом пространстве. Получены необходимые и достаточные условия непрерывной обратимости оператора  $\mathcal{D}$  в пространстве непрерывных ограниченных векторных функций, а также приводится формула для обратного оператора.

## Об одном функциональном уравнении

*Богданский Ю. В.*

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ УКРАИНЫ “КИЕВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ”

В банаховом пространстве рассматривается и исследуется функциональное уравнение, решениями которого являются и однопараметрические операторные группы и операторные косинус-функции.

## Условия существования нелокальных компактных экстремумов вариационных функционалов в пространстве

*Соболева  $H^1$*

*Божонюк Е. В.*

ТАВРИЧЕСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В.И. ВЕРНАДСКОГО (СИМФЕРОПОЛЬ)

Для вариационного функционала

$$\Phi(y) = \int_0^T f(x, y, y') dx, \quad y(\cdot) \in H^1([0; T]),$$

найдено минимальное псевдоквадратичное представление интегранта класса  $W^2K_2(z)$  (попадание интегранта в данный класс является достаточным условием повторной  $K$ -дифференцируемости вариационного функционала в  $H^1$ ). Получены условия существования  $K$ -экстремума в нуле вариационного функционала в пространстве  $H^1$ , найден общий вид интегранта, удовлетворяющего данным условиям. Проведено исследование на нелокальность  $K$ -экстремума в нуле вариационного функционала. Рассмотрены конкретные примеры.

## О линейных отношениях, порожденных дифференциальным выражением и неванлинновской операторной функцией

*Брук В. М.*

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Определяются семейства максимальных и минимальных отношений, порожденных дифференциальным выражением произвольного порядка и неванлинновской операторной функцией. Доказывается, что эти семейства голоморфны. В случае конечного интервала строится пространство граничных значений. В терминах граничных значений дается критерий непрерывной обратимости



сужений максимального отношения и критерий голоморфности семейства этих сужений. Устанавливается, что оператор, обратный к такому сужению, является интегральным.

## О вариационном методе Треффца

*Бузыккин Г. О., Власов В. И.*

Учреждение РАН Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН (Москва)

Изложено теоретическое обоснование метода Треффца решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в плоских областях  $\mathcal{B}$  с липшицевой границей  $\Gamma$ . Этот метод является вариационным в пространстве Вейля  $I_2^1(\mathcal{B})$  — подпространстве соболевского пространства  $W_2^1(\mathcal{B})$  функций, гармонических в  $\mathcal{B}$ . В качестве аппроксимационной системы выбрана система гармонических многочленов  $\{\operatorname{Re}z^n, \operatorname{Im}z^{n+1}\}_{n=0}^{\infty}$ ,  $z = x + iy$ . Получены некоторые теоретические положения о свойствах функций из пространства Вейля  $I_2^1(\mathcal{B})$  и пространства  $I_2^{1/2}(\Gamma)$  следов этих функций на границе. С помощью этих результатов проведено обоснование метода Треффца. Выполненное численное исследование показало эффективность этого метода и, в частности, экспоненциальный характер его сходимости.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№10-01-00837), программы фундаментальных исследований ОМН РАН №3 и программы РАН "Современные проблемы теоретической математики", проект "Оптимизация вычислительных алгоритмов решения задач математической физики".

## Необходимое условие разрешимости задачи Дирихле для безтипных неоднородных уравнений четвертого порядка

*Буряченко Е. А.*

Донецкий национальный университет

В работе рассматривается задача Дирихле для безтипного неоднородного уравнения четвертого порядка в ограниченной плоской области  $\Omega$  с гладкой границей:

$$L(D_x)u = a_0 \frac{\partial^4 u}{\partial x_1^4} + a_1 \frac{\partial^4 u}{\partial x_1^3 \partial x_2} + a_2 \frac{\partial^4 u}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + a_3 \frac{\partial^4 u}{\partial x_1 \partial x_2^3} + a_4 \frac{\partial^4 u}{\partial x_2^4} = f(x), \quad (1)$$

$$u|_{\partial\Omega} = \varphi(x), \quad u'_\nu|_{\partial\Omega} = \psi(x). \quad (2)$$

Здесь  $a_i \in C$ ,  $i = 0, 1, 2, 3, 4$ ,  $f(x) \in H^{m-4}(\Omega)$ ,  $\varphi(x) \in H^{m-1/2}(\partial\Omega)$ ,  $\psi(x) \in H^{m-3/2}(\partial\Omega)$ ,  $m \geq 4$ ,  $\nu$  — внешняя нормаль  $\partial\Omega$ .

В терминах  $L$ -следов решения  $u$  задачи (1), (2) получено необходимое условие её разрешимости в пространстве  $H^m(\Omega)$ ,  $m \geq 4$ .

Отметим, что подобные вопросы для однородных безтипных уравнений второго и четвертого порядка были исследованы В.П. Бурским и Е.А. Буряченко соответственно. Случай неоднородного безтипного уравнения четвертого порядка (1) рассматривается впервые.

## Обратная задача рассеяния для оператора Штурма-Лиувилля на некомпактном графе-звезде

*Бутерин С. А.*

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Рассматривается оператор Штурма-Лиувилля на графе-звезде, состоящем из конечного числа некомпактных ребер, с обычными условиями склейки во внутренней вершине. Приводится формулировка обратной задачи рассеяния, обобщающая классическую обратную задачу рассеяния для оператора Штурма-Лиувилля на оси. Доказывается теорема единственности для этой обратной задачи и приводится конструктивная процедура ее решения.

## Математические задачи моделирования цен на западноевропейском оптовом рынке электроэнергии

*Вальков А. Ю., Косенко А. В., Лёвен-Тупясова Т.*

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (СПбГУ)  
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ, КАФЕДРА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Цель лекции – показать, что в задачах моделирования цен на свободном оптовом рынке электроэнергии возникают достаточно содержательные и разнообразные математические задачи. В частности рассматриваются:

- (1) Метод регуляризации, псевдорешения и квазирешения вырожденных систем высокой размерности в задаче построения форвардной кривой.
- (2) Мультифакторные многомерные временные ряды и стохастические дифференциальные уравнения в задаче о динамике цен.
- (3) Теория возмущений и асимптотические методы при расчете опционов.
- (4) Вариационные методы в задаче о хеджировании.

Иллюстрируется примерами из западноевропейского рынка электричества.

## Статистическая эргодическая теорема в несепарабельных симметричных пространствах

*Векслер А. С., Муратов М. А.*

СП "ALSIB" (ТАШКЕНТ, УЗБЕКИСТАН)  
ТАВРИЧЕСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (СИМФЕРОПОЛЬ)

Пусть  $T$  — сохраняющее меру преобразование в пространстве Лебега  $(S, \mu)$ ,  $E$  — симметричное пространство измеримых функций на  $S$  и

$$U_T f(s) = f(Ts), \quad A_{n,T} f = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} U_T^k f.$$

**Теорема.** (i) Если  $E$  — сепарабельное симметричное пространство, то последовательность средних  $\{A_{n,T}\}_{n=1}^{\infty}$  сходится в  $E$  в сильной операторной топологии для каждого, сохраняющего меру преобразования  $T$ .

(ii) Если  $E$  — несепарабельное симметричное пространство, и  $T$  — автоморфизм, то последовательность средних  $\{A_{n,T}\}_{n=1}^{\infty}$  сходится в  $E$  в сильной операторной топологии тогда и только тогда, когда  $T$  — периодичен.

## ***n*-арные скобки Баталина-Вилковысского**

*Виноградов М. М.*

Институт народнохозяйственного прогнозирования РАН (Москва)

В докладе будет рассказано, как каждому дифференциальному оператору *Delta* степени *n* над градуированной алгеброй *A*, удовлетворяющему некоторому условию понижения порядка, можно сопоставить *n*-арную скобку Баталина-Вилковысского. Для *n* = 2 приводимая конструкция применима к более широкому классу операторов, чем классическая.

## **Спектральный анализ интегродифференциальных уравнений, возникающих в теплофизике и акустике**

*Власов В. В., Раутман Н. А., Шамаев А. С.*

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

Устанавливается корректная разрешимость абстрактных интегродифференциальных уравнений в весовых пространствах Соболева на положительной полусоси.

Исследуется спектр оператор-функций, являющихся символами указанных уравнений.

Рассматриваются приложения полученных результатов для интегродифференциальных уравнений Гуртина-Пипкина, описывающих процесс распространения тепла в средах с памятью, процесс распространения звука в вязкоупругих средах, а также в задачах усреднения в перфорированных средах (закон Дарси).

## **Локально дефинизируемые операторы $T^{[*]}T$ и $TT^{[*]}$**

*Войтылак М. П.*

UNIWERSYTET JAGIELLONSKI (KRAKOW, POLSKA)

В случае, когда операторы  $T^{[*]}T$  и  $TT^{[*]}$  являются локально дефинизируемыми в пространстве Крейна, сравниваются их спектральные свойства.

## **Оценки ограниченных решений линейных разностных уравнений**

*Воробьев А. А.*

Воронежский государственный университет  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Получены оценки ограниченных решений линейных разностных уравнений через оценку резольвенты на единичной окружности.

## **Равновесное по Нэшу решение в двухшаговой модели Курно**

*Высокос М. И.*

Филиал ГОУ ВПО "Российский заочный институт текстильной и легкой промышленности" в г. Орехово-Зуево (Москва)

Динамика дуополии Курно описывается разностным уравнением

$$q_1(k+1) = \frac{a - bq_2(k) - c}{2b} + u_1, /q_1(0) = q_{10}$$

$$q_2(k+1) = \frac{a - bq_1(k) - c}{2b} + u_2, /q_2(0) = q_{20}/(k = 0, 1)$$

Функцию выигрыша

$$J_i(U, q_0) = q_i^2(2) + \sum_{k=0}^2 [q_i^2(k) - \alpha_i u_i[k]] / (i = 1, 2)$$

Установлены достаточные условия существования равновесного решения и на основе модификации метода динамического программирования найден явный вид такого решения.

## Статистика региональных особенностей рынка услуг в РФ

*Гашко Д. В., Киселёв А. В.*

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СЕРВИСА И ЭКОНОМИКИ  
КАФЕДРА ЭКОНОМИКИ И ОРГАНИЗАЦИИ ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСТВА

Общепризнано, что уровень развития сферы услуг в стране является одним из важных показателей уровня развития экономики в целом. В развитых странах доля сферы услуг в ВВП составляет не менее 65 %. В России, несмотря на положительные тенденции, сложившиеся вследствие перехода страны к рыночным отношениям, эта доля всё ещё существенно ниже. Кроме того, имеет место существенная проблема неравномерности потребления услуг в зависимости от региона.

Мы исследуем зависимость уровня потребления услуг от различных социально-экономических факторов, отражающих уровень регионального развития.

Математической базой исследования служат современные достаточно тонкие методы математической статистики, позволяющие получить не только качественные, но в ряде случаев и количественные результаты.

## Абстрактные дифференциальные уравнения дробного порядка с переменным оператором

*Глушак А. В.*

БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУНИВЕРСИТЕТ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

В банаховом пространстве  $E$  рассмотрим задачу типа Коши

$$D_{0,t}^\alpha u(t) = A(t)u(t), \quad t \in (0, b], \quad (1)$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} I_{0,t}^{1-\alpha} u(t) = u_0, \quad (2)$$

где  $I_{0,t}^{1-\alpha} u(t)$  — левосторонний дробный интеграл Римана-Лиувилля порядка  $1 - \alpha$ ,  $0 < \alpha < 1$ ,  $D_{0,t}^\alpha u(t) = \frac{d}{dt} I_{0,t}^{1-\alpha} u(t)$  — левосторонняя дробная производная Римана-Лиувилля порядка  $\alpha$ . Линейный оператор  $A(t)$  при каждом  $t \in [0, b]$  имеет плотную в  $E$  и независящую от  $t$  область определения  $D$ ; при любом  $\lambda$  с  $\operatorname{Re} \lambda \geq 0$  оператор  $\lambda I - A(t)$  имеет ограниченный обратный, причем

$$\|(\lambda I - A(t))^{-1}\| \leq \frac{M_1}{1 + |\lambda|}, \quad M_1 > 0.$$

Кроме того, для любых  $t, \tau, s \in [0, b]$  справедливо неравенство

$$\|(A(t) - A(\tau))A^{-1}(s)\| \leq M_2 |t - \tau|^\gamma, \quad M_2 > 0, \quad \gamma \in (0, 1].$$

Доказательство разрешимости задачи (1), (2) проводится методом развивающим метод Соболевского-Танабе.

Помимо задачи (1), (2), будет рассмотрена задача типа Коши для линейного неоднородного уравнения, а также и для нелинейного уравнения дробного порядка.

## **Применение методов многофакторного анализа при оптимизации управления в социальных системах**

*Гончарова Г. А.*

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Система образования является одной из важнейших социальных составляющих современного общества. Оптимизация управления системой образования должна основываться на объективных данных, которые могут быть получены при многофакторном анализе всей системы и ее составляющих.

На основе построенной математической модели можно дать рекомендации по оптимизации сети образовательных учреждений, оптимизации управления отдельными ОУ и т.д., что позволяет повысить качество образования и обеспечить рынок труда востребованными кадрами.

## **Малые поперечные колебания вязкоупругого стержня с разными массами на концах**

*Горохова И. В.*

ЮЖНОУКРАИНСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. К.Д. Ушинского (ОДЕССА)

Существует большое количество работ, в которых изучаются поперечные колебания упругих стержней с разными условиями закрепления концов. Рассмотрена спектральная задача, связанная с описанием малых поперечных колебаний однородного вязкоупругого стержня с сосредоточенными массами на концах. Левый и правый конец стержня закреплены шарнирно и несут различные сосредоточенные массы. Описано расположение спектра такой задачи и получена асимптотическая формула для собственных значений. По спектру задачи последовательно можно найти параметры задачи, т.е. решить обратную задачу.

## **О системах одномерных подпространств гильбертова пространства с условиями симметрии**

*Грушевой Р. В.*

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАН УКРАИНЫ (КИЕВ)

Доклад посвящен системам *одномерных* подпространств с условиями симметрии.

Системы одномерных подпространств однозначно определяются неотрицательно определенной матрицей, которая является матрицей Грамма  $n$ -ки единичных векторов соответствующих подпространств.

В докладе полностью описаны симметрические системы одномерных подпространств и сформулированы некоторые результаты о симметрических  $(\Gamma, \tau)$ -конфигурациях для разных графов  $\Gamma$  в терминах матриц Грамма.

## О представлении эпиплишицевых множеств

*Гудович А. Н., Кзарнекки М.-О.*

Воронежский Государственный университет  
КАФЕДРА ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА И ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ

Понятие эпиплишицевого множества как надграфика локально липшицевой функции было введено Р. Рокафелларом. Для случая конечномерного пространства Б.Корне и М.-О. Кзарнекки было показано, что любое эпиплишицево множество может быть представлено как множество уровня локально-липшицевой функции, удовлетворяющей так называемому условию невырожденности. Более того, данную характеристику можно использовать в качестве определения эпиплишицевого множества. В настоящей работе был поставлен вопрос об эквивалентности вышеуказанных определений для случая подмножества бесконечномерного банахова пространства.

## Статистическая модель оценки надёжности алгоритмов классификации

*Гуров С. И.*

МГУ им. М.В.Ломоносова (Москва)  
Ф-Т ВМиК

Проблема оценки надёжности алгоритмов классификации - одна из основных в теории обучения по прецедентам, и ей посвящено большое количество работ. При этом в основном потоке публикаций рассматривается постановка задачи в рамках либо известной теории Вапника-Червоненкиса (VC-теория), либо в том или ином развитии этой теории.

В представляемой работе на основе разработанной информационной модели (в терминах формальной зависимости "вектор параметров - класс" алгоритма классификации получены новые оценки его надёжности, более точные, чем классические. Модель не использует являющееся слабым местом VC-теории предположение об априорном задании класса, из которого выбирается алгоритм.

## Априорные оценки для обыкновенного дифференциального оператора с интегральными условиями

*Даровская К. А.*

Российский университет дружбы народов (Москва)

Рассматривается обыкновенный дифференциальный оператор второго порядка со спектральным параметром и различными интегральными условиями. Для каждого типа условий в терминах эквивалентных норм получена априорная оценка решения при достаточно больших значениях параметра.

## Асимптотика решения уравнения, близкого к уравнению теплопроводности при неограниченном возрастании времени

Дегтярёв Д. О.

ЧЕЛЯБИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На полупрямой рассматривается уравнение, отличающееся от уравнения теплопроводности наличием коэффициентов при неизвестной функции. Коэффициент стремится к нулю на бесконечности. Методом согласования асимптотического разложения строится асимптотика решения при неограниченном возрастании времени.

## Метод подобных операторов в спектральном анализе несамосопряженного оператора Дирака с краевым условием Дирихле

Дербушев А. В.

ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

В данной работе получена асимптотика спектра и спектральных проекторов оператора Дирака с краевым условием Дирихле.

Рассматривается оператор Дирака

$$L_{dir}y = \iota \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \frac{dy}{dt} - vy, \quad y \in D(L_{dir}),$$

$$L_{dir} : D(L_{dir}) \subset L_2([0, \pi], \mathbb{C}^2) \rightarrow L_2([0, \pi], \mathbb{C}^2),$$

где  $v(t) = \begin{pmatrix} 0 & P(t) \\ Q(t) & 0 \end{pmatrix}$ ,  $t \in [0, \pi]$ ,  $P, Q \in L_2[0, \pi]$ ,  $y = (y_1, y_2) \in L_2([0, \pi], \mathbb{C}^2)$ .

Область определения  $D(L_{dir})$  определяется краевым условием Дирихле :  $(y_1(0) = y_2(0) \text{ и } y_1(\pi) = y_2(\pi))$ , где  $y = (y_1, y_2) \in W_2^1([0, \pi], \mathbb{C}^2)$ . А именно, полагается

$$D(L_{dir}) = \{y \in W_2^1([0, \pi], \mathbb{C}^2) : y_1(0) = y_2(0), y_1(\pi) = y_2(\pi)\},$$

и соответствующие операторы будут обозначаться через  $L_{dir}$ . Если  $v = 0$  (нулевой потенциал), то используется запись  $L_{dir}^0$ . С помощью метода подобных операторов были получены следующие результаты:

**Теорема 1.** Существует число  $m \in \mathbb{Z}_+$  такое, что спектр оператора  $L_{dir}$  представим в виде  $\sigma(L_{dir}) = \sigma_{(m)} \cup \left( \bigcup_{|n| \geq m+1} \sigma_n \right)$  (1), где  $\sigma_{(m)}$  — конечное множество, а множества  $\sigma_n$ ,  $|n| \geq m+1$ , определяются равенством  $\tilde{\lambda}_n = n - \theta_{2n} - \sum_{j \in \mathbb{Z}, j \neq 0} \frac{\theta_{j+2n}^2}{j} + \tilde{\beta}_n$ ,

$$\theta_n = \begin{cases} \frac{1}{2}(p_{-\frac{n}{2}} + q_{\frac{n}{2}}), & n \in 2\mathbb{Z}, \\ \frac{1}{2}(\tilde{p}_{-\frac{n+1}{2}} + \tilde{q}_{\frac{n+1}{2}}), & n \in 1 + 2\mathbb{Z}. \end{cases}, \quad \sum_{n \in \mathbb{Z}} |\tilde{\beta}_n| < \infty$$

**Теорема 2.** Существует число  $m \in \mathbb{Z}_+$  такое, что оператор  $L_{dir}$  спектрален по Данфорду относительно разложения (1).

Локализационные оценки теоремы 1 являются новыми. Ранее даже не было установлено, что  $\lim_{|n| \rightarrow \infty} |\tilde{\lambda}_n - n| = 0$  для собственных значений  $\tilde{\lambda}_n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , оператора  $L_{dir}$ .

**Теорема 3.** Существует такое число  $m \in \mathbb{Z}_+$ , что для системы ортопроекторов  $P_n, n \in \mathbb{Z}$ , построенных по не возмущенному оператору  $L_{dir}^0$  и  $\tilde{P}_n, |n| \geq m + 1$ , — спектральных проекторов Рисса, построенных по множествам  $\sigma_n, |n| \geq m + 1$ , участвующим в разложении (1) имеет место свойство  $\sum_{k \geq m+1} \|\tilde{P}_k - P_k\|^2 < \infty$ .

## О непрерывной обратимости и фредгольмовости дифференциальных операторов с многозначными импульсными воздействиями

*Диденко В. Б.*

Воронежский государственный университет  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Получены необходимые и достаточные условия для непрерывной обратимости и фредгольмовости операторов, порожденных семейством эволюционных операторов, граничными условиями, заданными линейным отношением, и импульсными воздействиями, также заданными при помощи линейного отношения.

## Квадратичные условия оптимальности для экстремалей, полностью особых по части управлений

*Дмитрук А. В.*

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ РАН (МОСКВА)  
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. М.В. ЛОМОНОСОВА

Рассматривается задача Лагранжа классического вариационного исчисления в понтрянгинской форме. Управление многомерно, причем часть управлений входит в задачу нелинейным образом, а часть — полностью линейным т.е. управляемая система имеет вид  $\dot{x} = f(t, x, u) + F(t, x)v$ . Стандартные квадратичные условия здесь дают только необходимость, но не дают достаточности, так как не выполнено усиленное условие Лежандра. С помощью выбора подходящего квадратичного порядка получены необходимые и достаточные условия оптимальности (понимаемой в некотором точном смысле) для экстремалей этой задачи, состоящие в знакоопределенности второй вариации функции Лагранжа.

## Краевая задача для эллиптического уравнения в области с сингулярностями на внутренней кривой

*Долбеева С. Ф.*

Челябинский государственный университет

Рассматривается краевая задача для эллиптического уравнения второго порядка в ограниченной области, которая содержит несколько малых отверстий, расположенных на внутренней кривой. Радиус отверстий стремится к нулю, а их количество к бесконечности.

## Об асферичности выпуклого компакта

*Дудов С. И., Мещерякова Е. А.*

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Рассматривается задача о минимизации отношения радиуса описанного шара для выпуклого компакта к радиусу вписанного шара за счет выбора единого центра этих шаров (конечномерный случай, норма произвольная). Доказано,



что целевая функция задачи, не будучи выпуклой, является субдифференцируемой (в смысле В.Ф.Демьянова-А.М.Рубинова), выведена соответствующая формула субдифференциала. Получены необходимые и достаточные условия решения задачи, а также условия единственности решения. Предложен подход к построению численного метода приближенного решения.

## Периодические на бесконечности решения функциональных уравнений

*Дуплищева А. Ю.*

Воронежский государственный университет  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Получен спектральный критерий существования периодического на бесконечности решения разностного уравнения.

## Критерии представления на конечном множестве функции в виде суммы функций от $k$ переменных

*Дьяконов А. Г.*

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова  
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ

В докладе описаны новые критерии реализации функции  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , заданной на конечном множестве точек, в виде суммы функций, каждая из которых зависит ровно от  $k$  переменных. Задачи подобной реализации возникают в теории интерполяции (в классе «жестких» и радиальных базисных функций) и в алгебраическом подходе к решению задач распознавания, предложенном академиком РАН Ю.И. Журавлевым.

## Многообразия операторов с фиксированными кратностями собственных значений

*Бондарь А. А., Дымарский Я. М.*

Луганский национальный университет  
ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ВНУТРЕННИХ ДЕЛ

В статье [1] В.И. Арнольд ввел в рассмотрение подмногообразие вещественных симметрических матриц, у которых зафиксированы кратности собственных значений. Им было вычислена коразмерность этого подмногообразия. Там же была сформулирована гипотеза о наличии гладкой структуры и сохранении формулы коразмерности в случае семейств вещественных эллиптических симметрических операторов. Распространение теории Арнольда на случай вещественных операторов с изолированными собственными значениями и достаточные условия справедливости гипотезы содержатся в [2] и [3].

Здесь мы опишем наличие структуры гладкого подмногообразия у подмножества компактных комплексных операторов, у которых фиксированы кратности некоторых выделенных ненулевых собственных значений. Также будут даны достаточные условия справедливости гипотезы Арнольда для семейства комплексных эллиптических операторов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] *Арнольд В.И.* Моды и квазимоды // Функциональный анализ и его приложения. – 1972. – 6, №2, – С. 94-101.
- [2] *Дымарский Я.М.* Метод многообразий в теории собственных факторов нелинейных операторов // Современная матем. Фундаментальные направления – 2007. – 24. – С. 3-159.

- [3] *Dymarskii Ya., Ivanova O., Masyuta Ev.* Local research of manifolds generated by families of self-adjoint operators // *Topology* — 2009. — 48, № 2-4, — P. 213-223

## Задача Коши для уравнения КдФ с начальными данными типа ступеньки

*Егорова И. Е.*

ФТИНТ им. Б.И. Веркина НАН Украины (Харьков)

Рассматривается задача Коши для уравнения Кортевега-де Фриза с асимптотически конечнозонными начальными данными, имеющими разные фоновые асимптотики на полуосях. Доказано, что существует единственное решение в классе возмущений шварцевского типа. Исследование проведено в рамках метода обратной задачи рассеяния.

## О $F_2$ -индексах, $s$ -индексах графов и конфигурациях подпространств гильбертова пространства

*Ершова Ю. Ю., Самойленко Ю. С.*

Институт Математики НАН Украины (Киев)  
отдел Функционального анализа

Изучение систем операторов и подпространств в линейных и гильбертовых пространствах – глубокая и полезная ветвь математики.

В нашем докладе изучаются эквиангулярные  $(\Gamma, \tau)$ -системы подпространств  $S = (H; H_1, \dots, H_n)$  в гильбертовом пространстве  $H$  (здесь  $\Gamma$  – простой неориентированный связный граф,  $0 < \tau < 1$ ), т.е. семейства  $n$  подпространств, занумерованных вершинами графа  $\Gamma$  ( $|V_\Gamma| = n$ ) такие, что угол между подпространствами  $H_i$  и  $H_j$  равен  $\theta = \arccos \tau$ , если ребро  $\{i, j\} \in E_\Gamma$ , и  $90^\circ$ , если  $\{i, j\} \notin E_\Gamma$ .

Для этого вводятся и изучаются  $\mathbb{Z}_2$  и  $S$ -индексы графа  $\Gamma$ , в частности, будет доказано, что для кактусов эти индексы совпадают, дан ответ на вопрос: для каких  $\tau$  существуют  $(\Gamma, \tau)$ -конфигурации одномерных подпространств и описаны  $(\Gamma, \tau)$ -конфигурации, соответствующие унициклическим графам, графам-кактусам и некоторым другим классам графов, цикломатическое число которых  $\nu(\Gamma) \geq 2$ .

## Позиционные многошаговые игры нескольких лиц и приложения

*Жаркынбаев С., Жуковский В. И., Золотарёв В. В.*

РосЗИТЛП (Москва), Каспийский общественный университет (Алматы), РосЗИТЛП (Москва)

Для каждого момента времени  $k \in \mathbf{K} = \{0, 1, \dots, K\}$  задается множество возможных значений фазового вектора  $x \in X(k) \subset \mathbf{R}^n$ , множество неопределенностей  $z \in \mathbf{Z}(k) \subset \mathbf{R}^m$  и множество значений управляющего воздействия  $i$ -го игрока в позиции  $(k, x) \rightarrow U_i(k, x) \subseteq \mathbf{R}^{n_i}$ . Эти множества позволяют ввести понятие позиционной стратегии  $i$ -го игрока в момент времени  $k$ , стратегии  $i$ -го игрока и ситуации игры, затем с помощью разностной, управляемой динамической системы определяется функция выигрыша  $i$ -го игрока, его выигрыш в данной ситуации. Таким образом, формализуется многошаговая позиционная игра  $N$  лиц. С помощью подходящей модификации метода динамического программирования ставятся достаточные условия существования ситуации равновесия по Нэшу. На их основе предлагается алгоритм решения конкретных практических игровых задач.

## Некоторые задачи многошаговых игр и их приложения

*Жуковский В. И.*

Филиал ГОУ ВПО «РосЗИТЛП» в г. Орехово-Зуево (Москва)

На основе принципа динамического программирования сформулированы достаточные условия существования ситуации равновесия по Нэшу, а также достаточные условия существования функции риска. С их помощью рассмотрен линейно-квадратичный случай, и найден явный вид равновесного по Нэшу решения в математической модели задачи Курно, а также в задаче сокращения вооружения двух конфликтующих стран.

## Краевые задачи для систем уравнений главного типа на плоскости

*Жура Н. А.*

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН (Москва)

Предложен теоретико-функциональный подход к решению краевых задач для систем уравнений главного типа с постоянными коэффициентами на плоскости. Получен критерий фредгольмовой разрешимости и дана формула для индекса.

## О периодических в среднем решениях линейных стохастических дифференциальных уравнений

*Задорожний В. Г.*

Воронежский госуниверситет

Находятся необходимые и достаточные условия периодичности в среднем решений линейных стохастических дифференциальных уравнений, коэффициенты которого заданы характеристическим функционалом. Функция называется  $\omega$ -периодической в среднем, если математическое ожидание этой функции является  $\omega$ -периодической функцией.

## Конволюционные решения абстрактной задачи Коши

*Здобнова С. В.*

ГОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

Вопросы существования конволюционных решений абстрактной задачи Коши рассмотрены для задач со стохастическими неоднородностями двух типов (аддитивный и мультипликативный шум) и для вырожденной детерминированной задачи.

## Многообразия Грассмана и уравнения Риккати

*Зеликин М. И.*

МГУ им. Ломоносова (Москва)

Многообразия Грассмана и Лагранжа-Грассмана. Условия второго порядка для классического вариационного исчисления. Уравнения Риккати как поток на однородных симметрических пространствах. Области однородности Картана-Зигеля в пространстве многих комплексных переменных. Двойное отношение четверок плоскостей как когомологии канонических (тавтологических) расслоений над грассманианом. Уравнения Риккати в частных производных для задач минимизации кратных интегралов.

## Риск в линейно-квадратичной задаче

*Золотарёв В. В.*

Филиал ГОУ ВПО «РосЗИТЛП» в г. Орехово-Зуево (Москва)

С помощью динамического программирования найден явный вид ситуации равновесия по Нэшу, а также функции риска в линейно-квадратичной многошаговой позиционной бескоалиционной игре двух лиц.

## Решение некоторых задач управления для линейной динамической системы

*Зубова С. П.*

Воронежский государственный университет  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Для линейной нестационарной динамической системы решаются задачи управления:

задача стабилизации программного движения с контрольными точками; инвариантности состояния системы от некоторых возмущений; управления стационарными состояниями.

Исследуется явление погранслоя в сингулярно возмущённой задаче.

## Эллиптическое уравнение в области с двумя малыми отверстиями

*Ильин А. М.*

Челябинский государственный университет

Рассматривается краевая задача для эллиптического уравнения второго порядка в ограниченной области, которая содержит несколько малых отверстий или полостей. Построено и обосновано равномерное асимптотическое приближение решения с точностью до любой степени малого параметра.

## Медленно меняющиеся на бесконечности функции

*Калужина Н. С.*

Воронежский государственный университет  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Вводится класс функций из пространства равномерно непрерывных ограниченных на  $\mathbb{R}$  комплексных функций  $x$ , которые обладают свойством: для любого  $\alpha \in \mathbb{R}$  выполнено  $|x(t + \alpha) - x(t)| \rightarrow 0$ , при  $t \rightarrow \infty$ .

Обсуждаются их свойства и приложения к стабилизации решений параболических уравнений.

## Аппроксимирующие системы для различных классов вязко-упругих сред

*Каразеева Н. А.*

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА ИМ. СТЕКЛОВА  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

Рассматриваются системы уравнений, которые аппроксимируют системы, описывающие движение различных классов вязко-упругих сред. Доказывается разрешимость в Соболевских пространствах начально-краевых задач для аппроксимирующих систем и сходимость соответствующих решений к решениям начально-краевых задач для невозмущенных систем.

## Свойства оператора Шредингера с локально-точечным взаимодействием

*Карпенко И. И., Тышкевич Д. Л.*

ТАВРИЧЕСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.И. Вернадского (Симферополь)

В настоящей работе мы продолжаем исследование оператора Шредингера  $H_{X,\alpha}$ , начатые в работе М.М.маламуда и А.Костенко. Как оказалось, условия самосопряженности и симметричности этого оператора, полученные для  $d_n = x_n - x_{n-1} = 1/n$ , можно обобщить на широкий класс последовательностей. В достаточно общих условиях получено полное описание поведения главной асимптотической части последовательности  $\alpha_n$ , обеспечивающей либо самосопряженность, либо симметричность оператора  $H_{X,\alpha}$ .

## Спектральный анализ дифференциального оператора второго порядка с периодическими краевыми условиями

*Карникова А. В.*

ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Получены оценки проекторов и собственных значений дифференциального оператора 2-го порядка с периодическими краевыми условиями.

## Гиперциклические операторы на пространствах голоморфных функций

*Ким В. Э.*

Учреждение Российской академии наук Институт математики с вычислительным центром  
Уфимского научного центра РАН

Пусть  $X$  — топологическое векторное пространство. Линейный непрерывный оператор  $T : X \rightarrow X$  называется гиперциклическим, если найдется такой элемент  $x \in X$ , что его орбита  $\text{Orb}(T, x) = \{T^n x, n = 0, 1, \dots\}$  плотна в  $X$ . В докладе дается краткий исторический обзор исследований по теории гиперциклических операторов, обсуждается связь с теорией динамических систем. Приводятся новые результаты, полученные автором, относящиеся к построению новых классов гиперциклических операторов на пространствах голоморфных функций.

## Функциональная модель для одного класса несамосопряженных операторов

*Киселёв А. В.*

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Рассматриваются несамосопряженные, недиссипативные операторы в гильбертовом пространстве  $H$ . Одним из наиболее интригующих явлений тут является спектральное подпространство  $N_i^0$ , возможное наличие которого по существу отличает недиссипативный случай от диссипативного. В частности, вызывает особый интерес класс операторов с почти эрмитовым спектром, у которых указанное спектральное подпространство совпадает со всем гильбертовым пространством  $H$ . Спектр таких операторов автоматически оказывается чисто вещественным и сингулярным. Куда больший интерес вызывает тот факт, что в терминах своих аналитических свойств подпространство  $N_i^0$  в существенном напоминает сингулярное подпространство самосопряженного оператора (отсюда название для класса).

Оказывается, для операторов с почти эрмитовым спектром имеет место естественное обобщение спектральной теоремы, хотя в данной ситуации приходится понимать спектральное разложение в смысле обобщенных функций.

Такое спектральное разложение позволяет разработать богатое функциональное исчисление для операторов с почти эрмитовым спектром, а также получить эффективные оценки для норм функций от операторов данного класса.

Применяемая техника позволяет также получить некоторые новые результаты для самосопряженных операторов.

## **Оценки оператора вложения в пространства Соболева периодических функций и оценки решений дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами**

*Кобычев К. С.*

Воронежский государственный университет  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Рассматриваются дифференциальные уравнения с переменными операторными коэффициентами в пространствах периодических функций. Сначала доказывается лемма об оценках оператора вложения в пространства Соболева периодических функций. Далее в теоремах 2 и 3 получаются необходимые и достаточные условия обратимости дифференциального оператора с периодическими коэффициентами, причем теорема 2 справедлива для более общего класса операторов, построенных по некоторому семейству эволюционных операторов. В частности, она справедлива для дифференциального оператора с неограниченными коэффициентами. С помощью леммы доказываются основные результаты об оценке ограниченных решений дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами - теоремы 6 и 7.

## **Квази-самосопряженные максимальные аккретивные расширения неотрицательных симметрических операторов**

*Ковалев Ю. Г.*

Восточнoукраинский национальный университет им. Владимира Даля (Луганск)  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Мы даем новую параметризацию всех квази-самосопряженных максимальных аккретивных расширений и максимальных секториальных расширений (с вершиной в начале координат и полууглом  $\alpha$ ) для плотно определенного замкнутого симметрического оператора. В качестве приложения рассматриваем модель точечных взаимодействий на прямой -  $1D$  оператор Шрёдингера с  $\delta'$  взаимодействиями.

## **Регуляризованные следы сингулярных дифференциальных операторов.**

*Козко А. И., Печенцов А. С.*

МГУ имени М.В. Ломоносова (Москва)

Вычислены регуляризованные следы для самосопряжённых полуограниченных снизу дифференциальных операторов  $\mathbb{L}$  в гильбертовом пространстве  $L_2[0, \infty)$ , задаваемых выражением  $(-1)^m y^{(2m)}(x) + p_{2m-2}(x) \cdot y^{(2m-2)}(x) + \dots + p_0(x)y(x)$ ,  $p_i(x) \in L_{1,loc}[0, \infty)$ ,

$i = \overline{0, 2m-2}$  и краевыми условиями  $y^{(k_1)}(0) = y^{(k_2)}(0) = \dots = y^{(k_m)}(0) = 0$ ,  $0 \leq k_1 < k_2 < \dots < k_m \leq 2m-1$ ,  $k_s \in \mathbb{Z}$ ,  $s = \overline{1, m}$ .

## Высшее образование в Канаде: некоторые впечатления об университетах Оттавы и Торонто

*Козлакова Г. А.*

Институт высшего образования НАПН Украины (Киев)

В работе представлено обобщение опыта деятельности высших учебных заведений в Канаде, описаны некоторые учебные программы Университета Торонто, в том числе подготовки бакалавров компьютерных наук и учителей математики и информатики. Проанализированы возможности перспективного научного сотрудничества и совместной подготовки научно-педагогических кадров с представителями украинской диаспоры в Канаде и в университетах Украины.

## Сингулярная задача для линейного интегродифференциального уравнения, возникающего в моделях страховой математики

*Белкина Т. А., Конюхова Н. Б., Куркина А. О.*

ЦЭМИ РАН, ВЦ РАН (Москва)

Представлены результаты для одной из задач [1, ч. II] в переработанном и дополненном виде. Даются корректная постановка и полный математический анализ сингулярной задачи для линейного интегродифференциального уравнения (ИДУ) второго порядка с вольтерровым интегральным оператором. ИДУ определено на  $\mathbb{R}_+$  и обладает сильными особенностями в нуле и на бесконечности. Получены достаточные условия существования и единственности решения этой задачи с заданными предельными условиями в нуле и на бесконечности, даны асимптотические представления решения и алгоритм его численного нахождения.

Задача возникает для вероятности неразорения страховой компании за бесконечное время (как функции ее первоначального капитала) в динамической модели страхования Крамера–Лундберга с экспоненциальным распределением размера требований и при определенной стратегии поведения компании на финансовом рынке – вложении постоянной доли капитала в рисковый актив (акции) и оставшейся доли – в безрисковый актив (банковский счет).

Работа поддержана РФФИ, коды проектов 10–01–00767 и 08–01–00139.

### Литература

1. Белкина Т.А., Конюхова Н.Б., Куркина А.О. Оптимальное управление инвестициями в динамических моделях страхования: I. Инвестиционные стратегии и вероятность разорения // Обзорение прикладной и промышленной математики (ОППМ). 2009. Т.16. Вып.6. С.961–981; II. Модель Крамера–Лундберга при экспоненциальном распределении размера требований // ОППМ. 2010. Т.17. Вып.1. С.3–23.

## Квантование и спектральная теория (цикл из 4-5 лекций)

*Кордюков Ю. А.*

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ УНЦ РАН (УФА)

Основная цель данного курса лекций состоит в том, чтобы дать представление о некоторых фундаментальных классических и квантовых математических объектах, описать их взаимосвязи и обсудить некоторые связанные с ними задачи. Мы начнем с обзора основ классической и квантовой механики и соответствующих математических понятий и результатов. Затем мы обратимся к проблеме квантования, опишем некоторые подходы к решению этой проблемы и приведем некоторые конкретные примеры квантования. Наконец, мы остановимся на некоторых применениях классических и квантовых методов и понятий в спектральной теории дифференциальных операторов.

## Численное исследование поведения слабых волн в решении векторного вариационного волнового уравнения

*Корнеев В. А.*

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ ИМ. А.Ю. ИШЛИНСКОГО РАН (МОСКВА)

В работе исследованы негладкие решения системы уравнений Эйлера-Лагранжа, соответствующей вариационной задаче с несколькими искомыми функциями многих переменных и квадратичным функционалом. Распространение слабых разрывов описывается уравнениями метода сингулярных характеристик, развитого в работах одного из авторов. Численно-аналитическими методами исследованы возникновение и взаимодействие слабых разрывов решения, инициированных негладкими начальными условиями. Созданы две программы для расчетов с выделением разрыва и для сквозного счета.

## Асимптотическое интегрирование линейных неоднородных уравнений второго порядка с большим параметром

*Крутенко Е. В.*

КОЛЛЕДЖ ПРИ ИНСТИТУТЕ ЭКОНОМИКИ И ВНЕШНЕЭКОНОМИЧЕСКИХ СВЯЗЕЙ ЮЖНОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА (РОСТОВ-НА-ДОНУ)

Рассмотрены линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка, коэффициенты при неизвестных и свободные элементы у которых содержат плавные и быстро осциллирующие слагаемые, пропорциональные определенным целочисленным степеням частоты осцилляций. Построены и обоснованы полные асимптотические разложения решений задачи Коши.

## О характеристике псевдодифференциальных операторов в пространствах Гельдера-Зигмунда

*Кряквин В. Д.*

ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (РОСТОВ-НА-ДОНУ)

Пусть  $D_j = -i\partial/\partial x_j$  и  $x_j$  обозначает оператор умножения на  $x_j$ . Для оператора  $B : S \rightarrow S'$  обозначим

$$\begin{aligned} -L_j B &= [x_j, B] = ix_j B - iBx_j, \\ M_j B &= [D_j, B] = D_j B - BD_j. \end{aligned}$$



Для мультииндексов  $\alpha, \beta \in (\mathbb{Z}_+)^n$  положим

$$B_{(\beta)}^{(\alpha)} = L_1^{\alpha_1} \dots L_n^{\alpha_n} M_1^{\alpha_1} \dots M_n^{\alpha_n} B.$$

Линейное отображение  $B : S \rightarrow S$  является псевдодифференциальным оператором с символом из класса  $S_{1,\delta}^m$  тогда и только тогда, когда для любых мультииндексов  $\alpha, \beta \in (\mathbb{Z}_+)^n$  оператор  $B_{(\beta)}^{(\alpha)}$  продолжается до ограниченного из пространства Гельдера-Зигмунда  $\Lambda^{s+m-|\alpha|+\delta|\beta|}(\mathbb{R}^n)$  в пространство Гельдера-Зигмунда  $\Lambda^s(\mathbb{R}^n)$ ,  $0 < s < 1$ .

## Оценки элементов матриц обратных операторов. Теорема Винера для периодических на бесконечности функций

*Кудрявцева И. И.*

Воронежский государственный университет  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Используя теорию представлений абелевых групп, получены оценки элементов обратных матриц линейных операторов для операторов с трехдиагональными матрицами и с экспоненциально убывающими внедиагональными элементами. Важно, что отсутствует требование абсолютной сходимости рядов Фурье последовательностей пректоров. В качестве приложения доказана теорема Винера для периодических на бесконечности функций.

## Самосопряженная дилатация одного класса операторов

*Кудряшов Ю. Л.*

ТАВРИЧЕСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В.И. ВЕРНАДСКОГО (СИМФЕРОПОЛЬ)

Приводится явное построение спектрального представления самосопряженной дилатации операторов, которые являются правильными расширениями симметрического оператора с индексами дефекта  $(1, 1)$ . При этом непосредственно вычисляются дефектные операторы и квадратные корни из них. Такого класса операторами являются, например, операторы Штурма-Лиувилля, заданные определенным образом. Полученные результаты могут быть использованы для построения функциональной модели и обобщенных собственных функций.

## Многомерная параметризация

*Кузнецов Е. Б.*

МАИ (МОСКВА)

Численное решение системы нелинейных алгебраических или трансцендентных уравнений, содержащих несколько параметров, строится используя метод продолжения решения по параметрам [1]. Формулируются условия выбора наилучших параметров продолжения. В качестве практической иллюстрации решается задача о наилучшей параметризации поверхности.

Литература

1. Кузнецов Е.Б. Метод продолжения решения и наилучшая параметризация. М.: МАИ - ПРИНТ, 2010.

## Вероятностный анализ нового класса алгоритмов упаковки прямоугольников в полосу

*Кузюрин Н. Н.*

ИСП РАН (МОСКВА)

Задача упаковки в полосу (strip packing) состоит в упаковке множества открытых прямоугольников в вертикальную полубесконечную полосу единичной ширины, при этом стороны прямоугольников должны быть параллельны сторонам полосы (вращения и пересечения прямоугольников запрещены). Предложен и исследован новый класс алгоритмов упаковки  $N$  прямоугольников в полосу, работающий в режиме он-лайн, и доказано, что математическое ожидание незаполненной площади (от нижней границы полосы до верхней границы самого верхнего прямоугольника в упаковке) есть  $O(N^{2/3})$  в стандартной вероятностной модели для случайных прямоугольников. В стандартной вероятностной модели предполагается, что высота и ширина каждого прямоугольника распределена равномерно на отрезке  $[0,1]$ .

## Псевдоквадратичные и псевдо $p$ -адичные интегранты вариационных функционалов в пространствах Соболева

*Кузьменко Е. М.*

ТАВРИЧЕСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В.И. ВЕРНАДСКОГО (СИМФЕРОПОЛЬ)

Понятие псевдоквадратичного интегранта вариационного функционала, введенное ранее И.В. Орловым и Е.В. Божонок, обобщается на случай произвольных банаховых пространств. На компактные области в  $\mathbb{R}^n$  распространено известное ранее для отрезка утверждение о корректной определенности в гильбертовом пространстве Соболева  $W^{1,2}$  вариационного функционала с псевдоквадратичным интегрантом.

Полученные результаты обобщены на случай псевдо- $p$ -адичного интегранта ( $p \in \mathbb{N}$ ) и пространств Соболева  $W^{1,p}$ .

## Собственные колебания тяжелой жидкости в эллиптическом бассейне

*Кумакшев С. А.*

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ ИМ. А.Ю. ИШЛИНСКОГО РАН (МОСКВА)

Исследована задача о свободных колебаниях тяжелой идеальной жидкости в вертикальном эллиптическом бассейне (сосуде) конечной глубины. Посредством специально разработанного численно-аналитического подхода решена задача на собственные значения и функции с граничными условиями Неймана. Для пяти низших мод колебаний с высокой точностью определены собственные частоты и формы в широком диапазоне изменения эксцентриситета. Построены и прокомментированы интересные в теоретическом и прикладном аспектах графические зависимости.

## Банахова алгебра, порожденная операторным пучком

*Курбатова И. В.*

ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Строится функциональное исчисление, порожденное операторным пучком  $\lambda \mapsto \lambda^n F_n + \lambda^{n-1} F_{n-1} + \dots + \lambda F_1 + F_0$ , т. е. линейное отображение  $\Upsilon$ , сопоставляющее аналитическим функциям, определенным в окрестности спектра пучка,

элементы специальной коммутативной банаховой алгебры; отображение  $\Upsilon$  переводит произведение функций в произведение элементов этой алгебры. Обсуждается применение этого исчисления к построению формулы для решения дифференциального уравнения  $F_n x^{(n)}(t) + F_{n-1} x^{(n-1)}(t) + \dots + F_1 x'(t) + F_0 x(t) = f(t)$ .

## Обобщенно вполне положительные операторы и некоторые их свойства

*Кушель О. Ю.*

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (МИНСК)

Доклад посвящен обобщению теории вполне положительных операторов, основанному на теории конусов. Вводится определение обобщенно вполне положительного оператора, исследуются различные свойства полученного класса операторов. Доказывается дискретность и положительность спектра обобщенно вполне положительного оператора, строятся конические множества, инвариантные для таких операторов. Исследуются свойства собственных векторов вполне положительных операторов.

## Эволюционные высокочастотные задачи. Предельный переход, полные асимптотики

*Левенштам В. Б.*

ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (РОСТОВ-НА-ДОНУ)  
ЮЖНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ВНЦ РАН (ВЛАДИКАВКАЗ)

В докладе речь пойдет об асимптотическом интегрировании трех задач с большими высокочастотными слагаемыми. Будет обоснован предельный переход в системе уравнений с оператором Навье-Стокса в главной части, а так же построены и обоснованы полные асимптотики решений для параболической системы и системы обыкновенных дифференциальных уравнений в критическом случае.

## Об условиях подчиненности для тензорного произведения двух эллиптических дифференциальных операторов в пространстве $C(\mathbb{R}^n)$

*Лиманский Д. В.*

ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Рассматривается задача об описании пространства  $L(P)$  минимальных дифференциальных полиномов  $Q(D)$ , подчиненных фиксированному оператору  $P(D)$  в  $C$ -норме, т.е. удовлетворяющих априорной оценке

$$\|Q(D)f\|_{C(\mathbb{R}^n)} \leq C_1 \|P(D)f\|_{C(\mathbb{R}^n)} + C_2 \|f\|_{C(\mathbb{R}^n)}$$

с константами  $C_1, C_2 > 0$ , не зависящими от выбора  $f \in C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$ .

Рассматривается случай, когда  $P$  — произведение двух эллиптических полиномов  $P_1$  и  $P_2$ , действующих по разным группам переменных.

Изучается структура пространства  $L(P)$  в случаях, когда один или оба сомножителя  $P_1, P_2$  — однородные, неоднородные вырожденные или неоднородные невырожденные полиномы (см. [1]).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Д.В. Лиманский, М.М. Маламуд, *Эллиптические и слабо коэрцитивные системы операторов в пространствах Соболева* // Мат. сборник. - 2008. - т. 199. - № 11. - С. 75-112.

## Многозначный метод для решения дифференциальных уравнений с дробными производными

*Благовидов В.В., Лобанов А.И.*

ГОУ ВПО МФТИ (ГУ) (МОСКВА)

Краевые задачи для дифференциальных уравнений с дробными производными возникают при описании процессов переноса в средах с фрактальной размерностью. В таких уравнениях порядок дробной производной связан с фрактальной размерностью среды. Предложенные другими авторами методы решения дифференциальных уравнений вида  $\partial_{0t}^\alpha u = f(u, t)$  для  $\alpha \in (0; 1)$  обладают существенным недостатком - низким порядком аппроксимации  $O(h^\alpha)$ .

Авторами предложен и исследован многозначный метод решения дифференциальных уравнений с дробными производными. Метод основан на предварительном вычислении решения с помощью экстраполяции на основе формулы Тейлора и последующим уточнением компонентов вектора Нордсика. Найдены коэффициенты метода, обеспечивающие его устойчивость.

Достоинство многозначного метода заключается в возможности решения задачи с переменным шагом. Недостатком является наличие разгонного участка с низким порядком аппроксимации.

## Проблема коэрцитивности для некоторого класса функционально-дифференциальных уравнений

*Лучанская А. М.*

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ (МОСКВА)

Рассмотрим разностный оператор  $R : L_2(\mathbb{R}^2) \rightarrow L_2(\mathbb{R}^2)$ , определенный по формуле

$$Ru(r, \varphi) = \sum_{i=-N}^N \alpha_i u(q^i r, \varphi + i\omega) \quad (q > 1, \alpha_i \in \mathbb{C}). \quad (1)$$

в области  $Q = \{(r, \varphi) : 0 < r < 1, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}\}$ ,  $f \in L_2(Q)$ . Введем следующие операторы:  $I_Q : L_2(Q) \rightarrow L_2(\mathbb{R}^2)$ —оператор продолжения функции из  $L_2(Q)$  нулем вне  $Q$ ;  $P_Q : L_2(\mathbb{R}^2) \rightarrow L_2(Q)$ —оператор сужения функции из  $L_2(\mathbb{R}^2)$  на  $Q$ ; и определим оператор  $R_Q : L_2(Q) \rightarrow L_2(Q)$  по формуле  $R_Q = P_Q R I_Q$ . Рассмотрим первую краевую задачу

$$-\Delta R u(x) = f(x) \quad (x \in Q), \quad (2)$$

$$u(x) = 0 \quad (x \in \mathbb{R}^2 \setminus Q). \quad (3)$$

Назовем уравнение (2) сильно эллиптическим (коэрцитивным) в  $\bar{Q}$ , если существуют  $c_1 > 0$ ,  $c_2 \geq 0$ —такие постоянные, что для любой  $u \in C_0^\infty(Q)$  выполнено неравенство типа Гординга

$$\operatorname{Re}(\Delta R_Q u, u)_{L_2(Q)} \geq c_1 \|u\|_{W_2^1(Q)}^2 - c_2 \|u\|_{L_2(Q)}^2 \quad (4)$$

В докладе освещаются необходимые и достаточные условия коэрцитивности уравнения (2).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] *Skubachevskii A. L.* Elliptic Functional Differential Equations and Applications. — Basel—Boston—Berlin: Birkhäuser, 1997.
- [2] *Вишик М. И.* О сильно эллиптических системах дифференциальных уравнений // Мат. сб.—1951.—29, №3—С. 615–676

## Классическая теория приближений и задачи оптимального восстановления

*Магарил-Ильяев Г. Г.*

Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики  
(ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Теория оптимального восстановления линейных функционалов и операторов по неточной и/или неполной информации, интенсивно развивающаяся с семидесятых годов прошлого века, позволяет давать весьма интересную “информационную” интерпретацию многим результатам классической теории приближений: наилучшее приближение элементов, задачи интерполяции и экстраполяции, неравенства для производных полиномов и гладких функций и др. Доклад предполагается посвятить этому кругу вопросов.

## Об операторе Шредингера с локальными точечными взаимодействиями

*Маламуд М. М.*

Институт прикладной математики и механики НАН Украины (Донецк)

Будет обсуждаться спектральная теория оператора Шредингера с  $\delta$ -взаимодействиями. Будут рассматриваться вопросы дискретности, непрерывного спектра и другие.

## Эллиптическое уравнение с быстроосциллирующими коэффициентами

*Малахова И. С.*

Челябинский государственный университет

Рассматривается эллиптическое уравнение в прямоугольнике, коэффициенты которого зависят от быстрой переменной, его период является малым параметром. Методом двухмасштабных разложений построено и обосновано асимптотическое разложение решения с точностью до любой степени малого параметра.

## Анализ уравнений конфигурации слабо неоднородных упругих систем при двухмодовом вырождении в условиях нарушения потенциальности

*Малюгина М. А.*

Воронежский государственный университет  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

На примере одной из нелинейных краевых задач теории упругих балок описана методика локального изучения дискриминантного множества фредгольмова уравнения (на бесконечномерном банаховом пространстве) с параметрами в условиях нарушения симметрии квадрата и нарушения потенциальности. Методика основана на сведении (редукции) к дискриминантному анализу ветвления решений двумерного алгебраического уравнения (на координатной плоскости). На основе различных конфигураций параметров уравнения получены различные бифуркационные диаграммы.

## Роль образования в инновационном развитии экономики

*Маманазаров А.Б.*

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова (филиал в г.Ташкенте)

Инновационная экономика наукоемкая, она базируется, во-первых, на высоких технологиях, во-вторых, на высоком интеллектуальном потенциале. Последний является условием рационального экономического поведения людей, что означает выбор оптимальных экономических решений в любой сфере деятельности. Способность экономического выбора зависит от уровня образования, в связи, с чем требуется увеличение расходов на образование, при повышении их доли в ВВП. При этом приоритетным является государственное образование, в первую очередь профессиональное и техническое образование, но всемерной поддержки заслуживает и негосударственное образование. Для развития образования необходимо значительно увеличить государственные гранты по техническому образованию, исключить расходы населения и фирм на образование из налоговой базы, увеличить банковские образовательные кредиты, удешевить их путем покрытия процентов по ним государственными дотациями. Нуждается в совершенствовании структура расходов на образование путем оптимизации в них соотношения капитальных расходов и расходов на зарплату, немаловажным является формирование среди населения, особенно молодежи культа знаний, поскольку в XXI веке будет главенствовать интеллектуальное богатство.

## Теорема Хохштадта-Либбермана для стильтьесовской струны

*Мартынюк О. Н.*

Южноукраинский национальный педагогический университет им. К.Д. Ушинского (Одесса)

Рассмотрена следующая задача. Известны величины точечных масс, расположенных на левой части струны и длины интервалов между ними, а также спектр задачи Дирихле, порожденной этой струной, и длина струны. Необходимо найти величины масс на правой части струны и длины интервалов между ними. В неявном виде найдено необходимое и достаточное условие существования решения этой задачи. Доказано, что это решение является единственным. Предложен метод нахождения масс и длин интервалов на правой части струны.

## Об оценке нормы оператора обратного к дифференциальному

*Марюшенков С. В.*

Воронежский государственный университет  
кафедра Математических методов исследования операций

Рассматривается линейный дифференциальный оператор

$$\mathcal{L} = \frac{d}{dt} - A(t) : \{x \in W_p^1(\mathbb{R}_+, H) : x(0) \in E\} \subset L_p \rightarrow L_p,$$

действующий в пространстве Лебега  $L_p = L_p(\mathbb{R}_+, H)$ ,  $p \in [1, \infty]$ , где  $H$  – гильбертово пространство,  $\mathbb{R}_+ = \{t \in \mathbb{R} : t \geq 0\}$ ,  $W_p^1(\mathbb{R}_+, H)$  – пространство Соболева,  $E$  – замкнутое подпространство из  $H$ ,  $End H$  – банахова алгебра линейных

ограниченных операторов, действующих в  $H$ ,  $A \in L_\infty(\mathbb{R}_+, \text{End}H)$ . Была найдена оценка нормы оператора, обратного к оператору  $\mathcal{L}$ , в пространстве  $L_\infty$  зГaГ§ через норму обратного оператора в пространстве  $L_2$ .

## Системная инженерия проектов информатизации организационных систем

*Маслянюк П. П.*

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ УКРАИНЫ “КИЕВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ”  
ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

Системная инженерия проектов информатизации организационных систем (Орг.С) охватывает все этапы жизненного цикла информационно-коммуникационных систем. Итеративно-инкрементный процесс разработки обеспечивает выделение множества сущностей реализации проекта информатизации Орг.С, разработку бизнес-модели. Процесс бизнес-моделирования реализуется с помощью бизнес-профиля.

## Экстремальные траектории и множество Максвелла в асимптотическом случае в задаче о качении сферы по плоскости

*Маштаков А. П.*

ИНСТИТУТ ПРОГРАММНЫХ СИСТЕМ ИМ. А.К. АЙЛАМАЗЯНА РАН

Рассматривается задача об оптимальном качении сферы по плоскости без прокручивания и проскальзывания. Состояние системы описывается точкой контакта сферы с плоскостью и ориентацией сферы в трехмерном пространстве. Требуется перекатить сферу из заданного начального состояния в заданное терминальное состояние так, чтобы кривая, пробегаемая точкой контакта на плоскости, имела минимальную длину. Соответствующая задача оптимального управления имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u_1, & \dot{y} &= u_2, \\ \dot{q}_0 &= \frac{1}{2}(q_2 u_1 - q_1 u_2), \\ \dot{q}_1 &= \frac{1}{2}(q_3 u_1 + q_0 u_2), \\ \dot{q}_2 &= \frac{1}{2}(-q_0 u_1 + q_3 u_2), \\ \dot{q}_3 &= \frac{1}{2}(-q_1 u_1 - q_2 u_2), \\ Q &= (x, y, q_0, q_1, q_2, q_3) \in \mathbf{R}^2 \times S^3, \\ u &= (u_1, u_2) \in \mathbf{R}^2, \\ Q(0) &= Q_0, & Q(t_1) &= Q_1, \\ \int_0^{t_1} \sqrt{u_1^2 + u_2^2} dt &\rightarrow \min. \end{aligned}$$

Получена асимптотика экстремальных траекторий для качения сферы вдоль синусоид малой амплитуды. Исследована асимптотика уравнения, задающего

множество Максвелла  $q_3 = 0$ . Получены двусторонние оценки первого положительного корня уравнения  $q_3 = 0$ , определены участки его монотонной зависимости от параметра. Описано предельное поведение множества Максвелла. Получены оценки времени разреза вдоль экстремальных траекторий.

## Абстрактные стохастические задачи

*Мельникова И. В.*

Уральский государственный университет им. М. Горького

Регуляризованные и обобщенные решения дифференциально-операторных задач с учетом случайных возмущений будут рассмотрены на базе теории регуляризации в широком смысле и полугруппового и стохастического анализа.

## О сходимости в среднем рядов Фурье-Якоби

*Моторный В. П.*

Днепропетровский национальный университет

Условия ограниченности констант Лебега сумм Фурье-Якоби в пространствах  $L_p$ , а следовательно условия сходимости в среднем рядов Фурье-Якоби получены Б. Маккенхоуптом. Оценки роста констант Лебега в случае, когда они не ограничены, установлены Н.М. Казаковой. В работе рассматриваются обобщенные константы Лебега, которые позволяют установить, что с улучшением дифференциально-разностных свойств функции рост констант Лебега меньше влияет на порядок стремления к нулю величины уклонения частной суммы ряда Фурье-Якоби функции  $f$  от функции  $f$  в пространстве  $L_p$ .

## "Ручные" и "дикие" наборы линейных операторов в конечномерных линейных пространствах

*Муратов М. А., Самойленко Ю. С.*

Таврический национальный университет (Симферополь), ИМ НАНУ (Киев)

Рассматриваются задачи описания неприводимых  $m$ -к линейных операторов  $(A_1, A_2, \dots, A_m)$ , действующих в конечномерном линейном пространстве  $\mathbf{V}$ , связанных алгебраическими соотношениями, с точностью до преобразования подобия. Проводится классификация этих задач на "дикие" и "ручные". Построены примеры "диких" задач, таких, как пара линейных операторов  $(A, B)$  с условием коммутруемости

$$[A, B] = AB - BA = 0,$$

или пары  $(A, B)$  нильпотентных операторов, таких, что

$$A^3 = B^3 = 0, \quad [A, B] = 0.$$

Приведены решения некоторых "ручных" задач.

## Линейные операторы в весовых пространствах бесконечно дифференцируемых и целых функций

*Мусин И. Х.*

Институт математики с ВЦ УНЦ РАН (Уфа)

Доклад посвящен вопросам анализа и теории операторов. Среди них:

1. Сюръективность линейных операторов, действующих в пространствах бесконечно дифференцируемых функций в выпуклых областях  $\mathbb{R}^n$  и являющихся



возмущениями операторов свёртки. Будут дополнены результаты Л. Хёрман-дера по неоднородным уравнениям свёртки.

2. Гиперцикличность и хаотичность некоторых линейных операторов в весовых пространствах бесконечно дифференцируемых и целых функций. В изучении данных вопросов важную роль играют достаточное условие гиперцикличности линейного оператора [1], результат о полноте полиномов в весовых пространствах бесконечно дифференцируемых функций в  $\mathbb{R}^n$  при минимальных условиях на весовые функции (частный случай рассмотрен в [2]) и результат Б.А. Тейлора по аппроксимации целых функций полиномами [3].

### Литература

1. Gethner R.M. and Shapiro J.H. Universal vectors for operators on spaces of holomorphic functions. Proc. Amer. Math. Soc. 1987. V. 100. №2. P. 281–288.
2. Мусин И.Х. О преобразовании Фурье-Лапласа функционалов на весовом пространстве бесконечно дифференцируемых функций. Математический сборник. 2004. Т. 195. № 10. С. 83-108.
3. Taylor B.A. On weighted polynomial approximation of entire functions. Pacific J. Math. 1971. V. 35. №2. P. 523-539.

## Асимптотики решений задачи Коши для волнового уравнения с вырождением на границе

*Назайкинский В. Е.*

Институт проблем механики им. А.Ю.Ишлинского РАН (Москва)

В приближении линеаризованных уравнений мелкой воды рассматривается задача о накате на берег волны, возбужденной действующим в начальный момент времени локализованным источником. Дана корректная постановка этой задачи в соответствующих естественных функциональных пространствах. Строится асимптотика решения по малому параметру, представляющему собой отношение размеров источника к расстоянию до берега, на конечных временах (более точно, отношение промежутка времени, на котором строится решение, к промежутку времени, которое требуется волне, чтобы дойти от источника до берега, ограничено). Асимптотическое решение получено методом канонического оператора Маслова, модифицированным для случая локализованных начальных условий. Проанализирована связь решения с картиной траекторий геометрической оптики, отвечающих данной задаче. Изучен вид решения вблизи берега и в окрестности фокальных точек. Для частного вида начальных условий предъявлены простые явные формулы для решения.

## Дифференциально-разностные операторы с несоизмеримыми сдвигами

*Неверова Д. А.*

Российский университет дружбы народов (Москва)

Рассматриваются краевые задачи для дифференциально-разностных уравнений с несколькими несоизмеримыми сдвигами. Ранее такие уравнения рассматривались лишь в случае двух несоизмеримых сдвигов.

$$-(v - \varepsilon Rv)''(t) = f_0(t) \quad (t \in (0, d)) \quad (1)$$

$$v(t) = 0 \quad (t \in [-T, 0] \cup [d, d + T]), \quad (2)$$

где  $(Rv)(t) = \sum_{j=1}^m v(t + \tau_j)$ ,  $0 < \varepsilon < \frac{1}{2m}$  достаточно мало,  $\tau_j$  — разных знаков,  $T = \max |\tau_j|$ , для любого целочисленного вектора  $q: (q, \tau) \neq d$ ,  $f_0 \in L_2(0, d)$ .

## Стабилизация линейных динамических систем импульсами первого порядка

*Неспирный В. Н.*

Институт прикладной математики и механики НАН Украины (Донецк)

Исследуются линейные управляемые динамические системы, которые описываются дифференциальными уравнениями вида  $\dot{x} = Ax + Bu$ , где  $x \in R^n$  — фазовый вектор,  $u \in R^m$  — вектор управления,  $A$  и  $B$  — постоянные матрицы. Ставится задача стабилизации таких систем с помощью только импульсных воздействий первого порядка, заданных на подмножестве фазового пространства.

Показано, что при таких допустимых управлениях критерий Калмана остается необходимым и достаточным условием управляемости. Доказана стабилизируемость управляемых систем. Для двумерных систем соответствующие управления построены в явном виде.

## Метод нормальных форм Пуанкаре линеаризации нелинейных эволюционных уравнений

*Новикова Л. В.*

ЮФУ (Ростов-на-Дону)

Рассмотрим эволюционное уравнение

$$du/dt = Au + \Phi(u), \quad (1)$$

в банаховом пространстве  $U$  со счетным базисом  $\{\varphi_n\}$ ,  $n \in Z$ .

Пусть  $A: U \rightarrow U$  — производящий оператор сильно непрерывной полугруппы,  $\Phi(u) = \sum_{k=2}^{\infty} \Phi_k u^k$  — аналитическая по Фреше нелинейность.

Поддействует на уравнение (1) заменой переменных

$$u = v + h(v); \quad h(v) = \sum_{k=2}^{\infty} h_k v^k, \quad (2)$$

получим

$$\frac{dv}{dt} + h'(v) \frac{dv}{dt} = Av + Ah(v) + \Phi(v + h(v)). \quad (3)$$

Если замена (2) приводит (1) к линейному уравнению

$$dv/dt = Av, \quad (4)$$

то из соотношения (3) следует, что

$$Ah(v) - h'(v)Av + \Phi(v + h(v)) = 0. \quad (5)$$

В предположении, что спектр  $\{\lambda_n\}$ ,  $n \in Z$ , оператора  $A$  удовлетворяет неравенствам

$$|\lambda_n - \lambda_{p_1} - \dots - \lambda_{p_k}| \geq 1/n^s; \quad s > 1, \quad k = 2, 3, \dots \quad (6)$$

а среди  $\Phi(u)$  нет резонансных членов, удается доказать, что (5) разрешимо относительно  $h$  и нелинейное уравнение (1) приводится к линейному уравнению (4) в некоторой окрестности нуля в  $U$ .

## О некоторых задачах управляемости для систем, описываемых дифференциальными включениями в банаховом пространстве

*Обуховский В. В.*

Воронежский государственный университет

В докладе изучается задача управляемости для системы, описываемой полунелинейным дифференциальным включением в банаховом пространстве  $E$  вида

$$y'(t) \in Ay(t) + F(t, y(t)) + Bu(t),$$

где  $A$  - замкнутый линейный оператор в  $E$ , порождающий некомпактную полугруппу,  $F$  - многозначная нелинейность,  $u$  - управление,  $B$  - ограниченный линейный оператор. Предложена конструкция многозначного оператора в функциональном пространстве, неподвижные точки которого дают решения задачи управляемости. Описываются свойства оператора, которые дают возможность применить в данной задаче теорию топологической степени. Приводятся конкретные признаки управляемости и рассматриваются распространения полученных результатов на более общие классы систем.

## Рождение формы множества достижимости

*Овсеевич А. И.*

ИПМех РАН (Москва)

Рассматриваются линейные управляемые системы с геометрическими ограничениями на управления и изучаются их области достижимости. Считается, что начальное состояние находится в нуле. Основным результатом является существование предельной формы области достижимости при стремлении конечного момента времени к нулю справа. Форма множества здесь обозначает множество, рассматриваемое с точностью до обратимого линейного преобразования (орбиту естественного действия общей линейной группы). Рассмотрены отдельно случаи автономной и неавтономной системы.

## Оптимальные интерполяционные теоремы для линейных операторов, действующих в парах пространств $L_p$

*Овчинников В. И.*

Воронежский госуниверситет

Для произвольных  $1 \leq p_0, p_1, q_0, q_1 \leq \infty$  найдены оптимальные (неулучшаемые) в широком классе промежуточных пространств интерполяционные теоремы при действии линейных операторов из пары  $\{L_{p_0}, L_{p_1}\}$  в пару  $\{L_{q_0}, L_{q_1}\}$ . Этот класс пространств включает в себя пространства Лоренца, Марцинкевича, Орлича и их модификации. Оказалось, что в ряде случаев в оптимальных теоремах возникают квазинормированные пространства.

## Предельная форма свойства Радона-Никодима в пространствах Фреше

*Орлов И.В., Стонякин Ф. С.*

Таврический национальный университет (Симферополь)

Пространство  $E$  обладает свойством Радона-Никодима ( $RNP$ ), если любое абсолютно непрерывное отображение  $F : [a; b] \rightarrow E$  является неопределённым интегралом Бохнера (по аналогии с интегралом Лебега). Многие важные для

приложений пространства *не обладают этим свойством*, что создаёт серьёзные трудности. В докладе, опираясь на представление основного пространства в виде индуктивного предела подпространств, порождённых компактами, и соответствующие компактные характеристики отображений, вводится *предельная форма свойства Радона-Никодима*. Показано, что предельная форма (*RNP*) справедлива во всех без исключения пространствах Фреше, что в известном смысле решает классическую проблему Радона-Никодима. Рассмотрен ряд приложений и примеров.

## Как наилучшим образом восстановить функцию по ее коэффициентам Фурье, заданным неточно?

*Осипенко К. Ю.*

МАТИ - Российский государственный технологический университет

Пусть с фиксированной погрешностью известен конечный набор коэффициентов Фурье некоторой периодической функции. Изучается задача восстановления функций и их производных по этой информации. Предъявляются в определенном смысле оптимальные алгоритмы, которые часть коэффициентов Фурье отбрасывают, а остальные сглаживают. Аналогичные задачи исследуются для функций, заданных на прямой, где исходной информацией является неточно заданное преобразование Фурье.

## О представлениях вещественной квантовой плоскости

*Островский В. Л.*

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАН УКРАИНЫ (КИЕВ)

Изучаются представления вещественной квантовой плоскости — пары сопряженных операторов  $A, B$ , удовлетворяющие соотношению  $AB = qBA$ ,  $|q| = 1$ . Если хотя бы один из операторов ограничен, то с необходимостью имеем  $AB = BA = 0$ . Для неограниченных представлений рассмотрены различные варианты определения соотношения, установлена их неэквивалентность. В качестве следствия получено доказательство отсутствия плотной инвариантной области, состоящей из аналитических векторов для операторов  $e^Q, e^{\phi P}$ ,  $[P, Q] = iI, e^{i\phi} = q$ .

## Порядковая сходимостъ Чезаровских средних в перестановочно-инвариантных пространствах

*Муратов М. А., Пашкова Ю. С., Рубштейн Б. А.*

ТАВРИЧЕСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (СИМФЕРОПОЛЬ), BEN-GURION UNIVERSITY (BEER-SHEVA)

Мы изучаем порядковую сходимостъ Чезаровских средних

$$A_{n,T}f = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n T^{k-1}f, \quad f \in E,$$

где  $E$  — перестановочно-инвариантное банахово пространство измеримых функций,  $T$  — абсолютное  $(L_1 - L_\infty)$ -сжатие.

Пусть  $f^*$  — убывающая перестановка функции  $|f|$ ,  $f^*(+\infty) = \lim_{x \rightarrow \infty} f^*(x)$ , и

$$f^{**}(x) := \frac{1}{x} \int_0^x f^*(u) du, \quad x \in (0, +\infty)$$

— соответствующая максимальная функция Харди-Литтлвуда.

**Теорема.** Пусть  $E$  — перестановочно-инвариантное пространство и  $f \in E$ . Если  $f^*(+\infty) = 0$  и  $f^{**} \in E$ , то последовательность  $\{A_{n,T}f\}_{n=1}^{\infty}$  сходится порядково в  $E$ .

## Об асимптотиках решений уравнения типа Шредингера вблизи точки вырождения

*Перель М. В.*

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Строятся формальные асимптотики решений уравнения

$$\mathcal{K}(x)\Psi = -i\varepsilon\Gamma \frac{\partial\Psi}{\partial x} \quad (1)$$

при  $\varepsilon \rightarrow 0$ . К уравнениям такого вида сводятся задачи распространения волн в плавно нерегулярных волноводах, при этом  $\mathcal{K}$  - дифференциальный оператор, зависящий от параметра  $x$ ,  $\Gamma$  - матрица. В адиабатическом приближении асимптотика выражается через собственные значения и собственные элементы операторного пучка  $\mathcal{K}(x)\varphi = \beta\Gamma\varphi$ . Адиабатическое приближение неприменимо вблизи  $x_0$ , если  $\beta_1(x_0) = \beta_2(x_0)$  и  $\beta_1(x) \neq \beta_2(x)$  при  $x \neq x_0$ . Найдены асимптотические формулы в окрестности  $x_0$  и получены матрицы перехода. Показано, что при одинаковом поведении собственных значений асимптотики решения могут быть различны.

## Критерии сверточности интегральных операторов

*Петров В. Э.*

ООО "ТВЭЛЛ" (САНКТ-ПЕТЕРБУРГ)

Интегральный оператор

$$\mathbf{K}[u](x) = \int_{\Omega} K(x, y) u(y) d\mu(y), \quad x \in \Omega$$

назовем сверточным, если после действия на него интегрального преобразования  $\Phi$  он становится оператором умножения на  $\Phi$ -образ функции  $u$ :

$$\Phi\mathbf{K}[u](\xi) = V(\xi) \cdot \Phi[u](\xi), \quad \xi \in Q.$$

Мы устанавливаем необходимые и достаточные условия сверточности оператора  $K$ . Для широкого класса преобразований, ядра которых – специальные функции, мы предъявляем критерии сверточности в терминах некоторых дифференциальных/разностных соотношений на функцию  $K(x, y)$ .

## Асимптотика спектральной меры сингулярного оператора Штурма-Лиувилля

*Печенцов А. С., Попов А. Ю.*

МГУ имени М.В. Ломоносова (Москва)

В цикле работ Б.М Левитана и В.А. Марченко была найдена асимптотика спектральной меры оператора Штурма-Лиувилля на полуоси при  $\lambda \rightarrow +\infty$  с остаточным членом  $o(1)$ . Последний результат принадлежит Марченко (1977 г.). Нами получена конструктивная оценка остаточного члена (через характеристики потенциала). В лекции будет приведено более прозрачное и легко понимаемое доказательство теоремы В.А.Марченко.

## О структуре полугруппы операторов, имеющих конечномерные образы

*Печкуров А. В.*

Воронежский государственный университет  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Исследуется строение вырожденной полугруппы линейных операторов, имеющих конечномерные образы. Установлено, что такая полугруппа представима в виде прямой суммы  $C_0$ -полугруппы, определенной на конечномерном подпространстве, и вырожденной полугруппы, представляющей собой семейство нулевых операторов. Приводятся приложения к дифференциальным уравнениям с линейными отношениями, к орбитам специального вида и к возможности вложения оператора в  $C_0$ -полугруппу.

## Построение моделей эксперта для прикладных консультационных систем в медицине<sup>1</sup>

*Подлипский О. К.*

ГОУ ВПО «Московский физико-технический институт» (государственный университет)

Рассматриваются вопросы построения баз экспертных знаний для создания прикладных консультационных систем в медицине. Предлагается метод много-экспертной классификации альтернатив. Строится модель эксперта по быстро прогрессирующему гломерулонефриту.

## Исследование спектра одного класса дифференциального оператора 4-го порядка

*Джонга Т., Дикарев Е. Е., Поляков Д. М.*

Воронежский государственный университет  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Исследуются спектральные свойства возмущённого дифференциального оператора 4-го порядка. Получена асимптотика спектра и доказана спектральность оператора.

## Гладкость обобщенных решений эллиптических дифференциально-разностных уравнений с вырождением

*Попов В. А.*

Российский университет дружбы народов (Москва)

Изучается гладкость обобщенных решений эллиптических дифференциально-разностных уравнений с вырождением следующего вида

$$-\sum_{i,j=1}^n \left( \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} R_{ij} \right) u(x) = f(x), \quad (x \in Q \subset \mathbb{R}^n, \partial Q \in C^\infty),$$

$$u(x) = 0, \quad (x \in \mathbb{R}^n \setminus Q).$$

Показано, что проекция обобщенного решения на образ разностного оператора обладает некоторой гладкостью, но не во всей области  $Q$ , а в некоторых подобластях.

<sup>1</sup>Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ МК-1512.2010.9

## Разбиения групп и векторных пространств

*Протасов И. В.*

КИЕВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Т.Г. ШЕВЧЕНКО  
КАФЕДРА ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Можно ли множество вещественных чисел разбить на счётное число подмножеств, каждое из которых линейно (алгебраически) независимо над полем рациональных чисел? Можно ли произвольную бесконечную группу разбить на счётное число больших подмножеств? Подмножество  $A$  группы  $G$  большое, если  $G=FA=AF$  для некоторого конечного подмножества  $F$ . В лекции предполагается обсудить эти и подобные вопросы.

## Переमेжаемость и асимптотика спектров в задаче Штурма-Лиувилля на геометрическом графе

*Прядиев В. Л.*

БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Пусть  $\Gamma$  – компактный геометрический граф без циклов, а  $\Gamma_j$ ,  $j = \overline{1, \ell}$ , – все подграфы  $\Gamma$ , являющиеся замыканиями компонент связности множества  $\Gamma \setminus \{c\}$ , где  $c$  – какая-то точка из  $\Gamma \setminus \partial\Gamma$ . Пусть (SL) – задача Штурма-Лиувилля на  $\Gamma$ . Доказано, что спектр задачи (SL) перемежается с последовательностью, составленной из собственных значений всех задач, индуцируемых задачей (SL) на подграфы  $\Gamma_j$ ,  $j = \overline{1, \ell}$ . На основании этой перемежаемости, индукцией по количеству вершин, установлена асимптотика спектра задачи (SL), совпадающая с классической асимптотикой, имеющей место в случае, когда  $\Gamma$  – отрезок.

## Теоремы о среднем для голоморфных функций

*Радзиевская Е. И.*

УКРАИНСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПИЩЕВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ (КИЕВ)

Исследуется вопрос о представлении голоморфной в области  $D$  комплексной плоскости  $\mathbb{C}$  функции  $f$  в виде

$$f(z_1) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(z_1 - z_0)^k}{k!} f^{(k)}(z_0) + \frac{(z_1 - z_0)^n}{n!} f^{(n)}(\xi) \quad (*)$$

и вопрос о локализации  $\xi$  в (\*). Показано, в частности, что для любых  $z_0 \in D$  и  $\theta \in (0; \pi/2]$  найдется такое положительное  $r$ , что круг  $U_r = \{z \in \mathbb{C} : |z - z_0| < r\}$  целиком лежит в  $D$  и для всех  $z_1 \in U_r$  и  $z_1 \neq z_0$  существует, хотя бы одно,  $\xi$ , удовлетворяющее соотношениям  $\xi \neq z_0$ ,  $|\xi - (z_1 + z_0)/2| < |z_1 - z_0|/2$  и  $|\arg((\xi - z_0)/(z_1 - z_0))| < \theta$ , и для которого справедлива формула (\*). Даны условия относительно функции  $f$  и числа  $\theta$ , обеспечивающие единственность указанного  $\xi$ , а также приведены эффективные оценки радиуса  $r$  круга  $U_r$ , для точек  $z_1$  из которого выполняется (\*).

## Параболические уравнения с запаздыванием, зависящим от состояния системы

*Резуненко А. В.*

ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ В.Н.КАРАЗИНА

Основная цель доклада - обсуждение результатов корректной разрешимости и асимптотического поведения решений нелинейных моделей, описываемых параболическими уравнениями в частных производных с дискретным (сосредоточенным) запаздыванием, зависящим от состояния. Хорошо известно, что присутствие дискретного запаздывания, зависящего от состояния приводит к тому, что нелинейное слагаемое не является липшицевым на пространстве непрерывных функций (даже в случае ОДУ). Этот факт требует разработки новых методов исследования, в дополнение к классической теории уравнений с постоянным запаздыванием. Три разных подхода предложены в [1, 2, 3].

### Список литературы

- [1] A.V. Rezounenko, Partial differential equations with discrete and distributed state-dependent delays// Journal of Mathematical Analysis and Applications, 326 (2), (2007), 1031-1045.
- [2] A.V. Rezounenko, Differential equations with discrete state-dependent delay: uniqueness and well-posedness in the space of continuous functions// Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications, Volume 70, Issue 11 (2009), 3978-3986.
- [3] A.V. Rezounenko, Non-linear partial differential equations with discrete state-dependent delays in a metric space // Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications, Volume 73, Number 6 (15 September 2010), 1707-1714.

## О структуре характеристических функций симметричных деревьев типа $H_n$

*Роженко Н. А.*

ОДЕССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ И.И. Мечникова

Рассматриваются стационарные в широком смысле регулярные векторные процессы со спектральными плотностями, являющимися граничными значениями матриц-функций класса Неванлинны  $N^{p \times p}$ . Они обеспечивают существование естественного и широко используемого класса стохастических реализационных моделей, которые, в свою очередь, приводят к простым рекурсивным оценочным алгоритмам (фильтрам). Устанавливается связь между теорией стохастических реализаций и теорией пассивных систем сопротивления, что позволяет по новому подойти к изучению стохастических систем и соответствующих задач предсказания, фильтрации, устойчивости.

## Метод подобных операторов в спектральном анализе оператора Дирака в лебеговых пространствах

*Романова Е. Ю.*

ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Получены асимптотика спектра и равносходимость спектральных разложений для оператора Дирака в лебеговых пространствах.



## Об оценках функции Грина

*Романова М. Ю.*

Воронежский государственный университет  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Рассматривается функция Грина, построенная по гиперболической группе операторов. Приводятся оценки функции Грина, использующие информацию о частотной характеристике оператора и интегральном критерии качества дихотомии. Также получены оценки с использованием числовой области оператора.

## Свойства корневых функций некоторых классов дифференциальных операторов и пучков таких операторов

*Рыхлов В. С.*

Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

Доклад посвящен исследованию спектральных свойств обыкновенных дифференциальных операторов и пучков таких операторов, порожденных на конечном отрезке дифференциальными выражением с постоянными коэффициентами и двухточечными краевыми условиями общего вида. Рассматриваются вопросы полноты и кратной полноты корневых функций в пространстве суммируемых с квадратом функций.

## Задача Коши для уравнений Навье-Стокса с периодическими граничными условиями и ряды Фурье оператора ротор

*Сакс Р. С.*

Институт математики с ВЦ УНЦ РАН (Уфа)

Цель лекции - показать, что использование рядов Фурье оператора ротор при изучении начально-краевых задач для уравнений Навье-Стокса упрощает некоторые конструкции и позволяет получить новые результаты. Классический метод компактности при доказательстве существования решения задачи состоит в построении "приближенных решений". Используя выбранный базис, методом Фаэдо-Галеркина задачу редуцируют к конечномерному случаю. Существование приближенных решений доказывается с помощью теоремы существования решений задачи Коши для систем Галеркина обыкновенных дифференциальных уравнений. Затем переходят пределу, устремляя к бесконечности размерность пространства, и доказывают, что существует функциональное пространство, в котором семейство приближенных решений компактно. Оказывается, что в базисе из собственных функций ротора уравнения Галеркина имеют наиболее простой вид. Линейная часть уравнений - диагональная, а нелинейная часть есть квадратичная форма, коэффициенты которой выражаются явно через базисные векторы. Это позволило разработать новый метод численного решения задачи Коши для уравнений Навье-Стокса с периодическими граничными условиями. Рассчитаны некоторые модельные задачи. Результаты оформлены графически в виде карт, дающих представление о движении потока жидкости. Отметим, что периодические собственные функции оператора Стокса совпадают с соленоидальными собственными функциями ротора, которые

заданы явно. Далее, в базисе из собственных функций ротора линейные операторы Стокса и Стокса-Соболева имеют диагональный вид. Это позволило выписать явно все частные периодические решения и формальные ряды для "общих решений" уравнений Стокса и Стокса-Соболева. Структура нелинейной части уравнений Галеркина подсказала способ построения явных глобальных решений нелинейной системы Навье-Стокса периодических по пространственным переменным. Связь между собственными функциями операторов Кориолиса и ротора позволила выписать семейства явных глобальных решений системы уравнений Навье-Стокса в равномерно вращающемся пространстве. При исследовании разрешимости общей начально-краевой задачи для уравнений Навье-Стокса (в постановке Лере) разложение заданных и искомых вектор-функций в ряды Фурье по собственным функциям оператора ротор приводит к тем же уравнениям Галеркина. Изучая разрешимость задачи Коши для уравнений Навье-Стокса с периодическими граничными условиями, автор нашел новые условия ее локальной разрешимости.

## Оптимальный синтез в субримановой задаче на группе движений плоскости

*Сачков Ю. Л.*

Институт Программных Систем им. А.К.Айламазяна Российской Академии Наук  
(Переславль-Залесский, Ярославльская обл.)

Инвариантная субриманова задача на группе движений плоскости может быть сформулирована следующим образом. По заданным двум точкам на плоскости и двум векторам в этих точках требуется найти кривую, выходящую из первой точки с первым касательным вектором и приходящую во вторую точку со вторым касательным вектором. При этом кривая должна иметь минимальную длину в пространстве  $(x, y, \theta)$ , где  $x, y$  — координаты на плоскости, а  $\theta$  — угол наклона касательного вектора кривой.

Соответствующая задача оптимального управления имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u_1 \cos \theta, & \dot{y} &= u_1 \sin \theta, & \dot{\theta} &= u_2, \\ q &= (x, y, \theta) \in M \cong \mathbf{R}_{x,y}^2 \times S_\theta^1, & u &= (u_1, u_2) \in \mathbf{R}^2, \\ q(0) &= q_0 = (0, 0, 0), & q(t_1) &= q_1 = (x_1, y_1, \theta_1), \\ l &= \int_0^{t_1} \sqrt{u_1^2 + u_2^2} dt \rightarrow \min, \end{aligned}$$

В докладе будет описано решение задачи: описаны экстремальные кривые, их локальная и глобальная оптимальность, оптимальный синтез, множество разреза, субримановы сферы и каустики.

### Литература

- [1] I. Moiseev, Yu. L. Sachkov, Maxwell strata in sub-Riemannian problem on the group of motions of a plane, ESAIM: Control Optimization Calculus of Variations, 16 (2010), 380-399
- [2] Yu. L. Sachkov, Conjugate and cut time in sub-Riemannian problem on the group of motions of a plane, ESAIM: Control Optimization Calculus of Variations, 2010 (in print), available at arXiv:0903.0727v1 [math.OC], 4 March 2009.

## Решение двухточечных граничных задач управления для трехмерных систем

*Сачкова Е. Ф.*

Институт Программных Систем им. А.К.Айламазяна Российской Академии Наук  
(Переславль-Залесский, Ярославльская обл.)

Рассматривается двухточечная граничная задача для управляемой системы

$$\dot{x} = u_1 X_1(x) + u_2 X_2(x), \quad x \in \mathbf{R}^3, \quad u = (u_1, u_2) \in \mathbf{R}^2, \quad (1)$$

$$x(0) = x^0, \quad x(T) = x^1, \quad (2)$$

где поля  $X_1, X_2, X_3 = [X_1, X_2]$  линейно независимы всюду в  $\mathbf{R}^3$ .

Для нильпотентных систем вида (1) задача (2) решена в пяти классах управлений. Для произвольных управляемых систем вида (1) рассмотрен алгоритм приближенного решения задачи (2), основанный на методе нильпотентной аппроксимации. В системе Maple создан программный комплекс для приближенного решения задачи (2). Возможности комплекса использованы для решения задач управления ориентацией сферы, катящейся по плоскости, и управления предельной системой двухзвенного манипулятора с фазовыми ограничениями.

### Литература

[1] Сачкова Е.Ф. Приближенное решение задачи управления на основе нильпотентной аппроксимации // Дифференциальные уравнения, 2009, том 45, № 9, с. 1355–1364.

[2] Сачкова Е.Ф. Приближенное решение двухточечных граничных задач для систем с линейными управлениями // Автоматика и телемеханика, 2009, № 4, с. 179–189.

## Нули спектральной плотности дискретного оператора Шредингера с потенциалом Вигнера-фон Неймана

*Симонов С. А.*

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

В докладе будет рассмотрен дискретный оператор Шредингера (матрица Якоби) с потенциалом Вигнера-фон Неймана. Внутри абсолютно непрерывного спектра такого оператора имеются две критические точки, в которых асимптотика ортогональных полиномов, связанных с матрицей, имеет иной вид, чем в остальных точках. Также в критических точках возможны собственные значения. Доклад посвящен асимптотике спектральной плотности оператора вблизи этих точек.

## Об одном условии разрешимости слабо нелинейных параболических уравнений в пространстве ограниченных функций

*Синтяев Ю. Н.*

Воронежский государственный университет  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

В статье [1] получены условия существования, устойчивости, а также оценки ограниченных решений нелинейных дифференциальных уравнений в конечномерном пространстве. В данной работе получены соответствующие результаты для слабо нелинейных дифференциальных уравнений в гильбертовом пространстве с неограниченными операторными коэффициентами.

Литература

1. Перов А.И. Частотные признаки существования ограниченных решений. / А.И. Перов // Дифференциальные уравнения – 2007. – Т.43, №7. – С.896-904.

## Об одном условии разрешимости слабо нелинейных параболических уравнений в пространстве ограниченных функций

*Синтяева К. А.*

Воронежский государственный университет  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Рассматриваются вопросы спектрального анализа почти периодических векторов из банахова пространства, являющимся пространством представления изометрической группы операторов. В частности, получены критерии сходимости рядов Фурье почти периодических векторов и приложения к почти периодическим функциям Степанова.

## О некоторых атмосферных вихревых структурах

*Власов В. И., Скорыходов С. Л., Фужита Яшима Х.*

Учреждение РАН Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН (Москва)

Изложена модель стационарного осесимметричного движения воздуха в нижнем слое смерча или тайфуна. Эта модель, учитывающая вязкость и сжимаемость воздуха, силу Кориолиса и трение о поверхность Земли, сводится к системе трех нелинейных дифференциальных уравнений для осредненных по вертикали в этом слое величин горизонтальной скорости и плотности воздуха. С помощью задания функции  $\beta$ , описывающей вертикальный поток на верхней границе слоя, удается расщепить исходную задачу на две последовательно решаемые: краевую задачу для тангенциальной компоненты скорости и задачу Коши для плотности воздуха, после решения которых оставшиеся неизвестные (осредненные по вертикали радиальная скорость и давление) находятся явно. Результаты проведенной численной реализации модели, хорошо согласующиеся с наблюдаемыми данными, позволили выявить некоторые закономерности в распределении скорости внутри нижнего слоя вихря.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№10-01-00837), программы фундаментальных исследований ОМН РАН №3 и программы РАН "Современные проблемы теоретической математики", проект "Оптимизация вычислительных алгоритмов решения задач математической физики".

## Сильные решения нелинейного уравнения, возникающего при обработке изображений

*Скрябин М. А.*

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ,  
МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Пусть  $Q$  — ограниченная область в  $\mathbb{R}^n$  с липшицевой границей и  $T > 0$ . Рассмотрим следующее нелинейное уравнение

$$u_t - \operatorname{div} \left( \frac{\Phi'(|\nabla u|)}{|\nabla u|} \nabla u \right) = 0, \quad (x, t) \in Q \times (0, T)$$

с условиями

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \nu} \Big|_{\partial Q \times (0, T)} &= 0, \\ u \Big|_{t=0} &= \phi(x), \quad x \in Q. \end{aligned}$$

Здесь  $\Phi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  —  $N$ -функция, удовлетворяющая  $\Delta_2$ -условию,  $\Phi': \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  — производная функции  $\Phi(\xi)$  по  $\xi$ .

Найдены необходимые и достаточные условия на функцию  $\phi(x)$ , когда данная задача имеет единственное сильное решение.

Работа выполнена при финансовой поддержке Пекинского международного центра математических исследований.

## Регулярность решений нелокальных эллиптических задач вблизи точек сопряжения

*Скубачевский А. Л.*

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ (МОСКВА)

Решения нелокальных эллиптических задач и их производные могут иметь степенные особенности вблизи точек сопряжения [1]. Поэтому указанные задачи естественно рассматривать в весовых пространствах Кондратьева. В настоящей работе получены асимптотические формулы решений нелокальных эллиптических задач в весовых пространствах вблизи точек сопряжения. Из этих формул следуют достаточные условия как сохранения, так и нарушения гладкости обобщенных решений нелокальных эллиптических задач. В частности, оказывается, что сколь угодно малые коэффициенты при нелокальных членах могут привести к нарушению гладкости обобщенных решений вблизи плоской границы. С другой стороны, при достаточно больших коэффициентах в нелокальных членах гладкость обобщенных решений сохраняется вблизи вершин любого угла  $0 < \omega < 2\pi$ .

Формулировки и доказательства основных результатов настоящего доклада опубликованы в [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 09-01-00586).

1. Скубачевский А.Л. Эллиптические задачи с нелокальными условиями вблизи границы // Мат. сб. – 1986.- 129(171), №2. – С.279-302.
2. Скубачевский А.Л. Асимптотика решений нелокальных эллиптических краевых задач // Тр.Матем. ин-та им.В.А.Стеклова РАН. – 2010. – Т.269. – С.225-241.

## Слабонелинейные захваченные топографические волны на неоднородном течении

Подрыга В. О., Слепышев А. А.

Филиал МГУ им. М.В. Ломоносова в Севастополе

В приближении Буссинеска рассматриваются слабонелинейные захваченные топографические волны при наличии вертикально- неоднородного течения. Анализ нелинейных эффектов проводится асимптотическим методом многомасштабных разложений. В первом порядке малости по крутизне волны находится решение линейного приближения и дисперсионное соотношение. Построены дисперсионные кривые захваченных топографических волн как при наличии течения, так и при его отсутствии. Рассмотрен также случай, когда течение имеет противоположный знак. Показано, что существенное влияние на дисперсионные кривые оказывают сингулярности в уравнении, обусловленные совпадением частоты со сдвигом Доплера и инерционной частоты и наличием критического слоя, когда частота волны со сдвигом Доплера равна нулю. Во втором порядке малости по крутизне волны получены средние течения, индуцированные волной за счёт нелинейности и неосциллирующая поправка к плотности. Проводится анализ влияния среднего течения на эти поправки. Показано, что наличие среднего течения оказывает заметное влияние на индуцированное за счёт нелинейности среднее течение, особенно в придонном слое.

## Дискретный спектр периодического оператора Шредингера с переменной метрикой при неотрицательных возмущениях

Слоуц В. А.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Доклад посвящен совместной работе с М.Ш. Бирманом.

Пусть  $A$  — эллиптический периодический самосопряженный оператор второго порядка в  $L_2(\mathbb{R}^d)$ ,  $d \geq 1$ , и пусть  $V$  — оператор умножения на функцию  $V(x) \geq 0$ , стремящуюся (в подходящем смысле) к нулю при  $|x| \rightarrow +\infty$ . Пусть  $(\alpha, \beta)$  — внутренняя лакуна в спектре  $A$  и  $\lambda \in [\alpha, \beta]$  — фиксированное число. Спектр оператора  $B(t) := A + tV$ ,  $t > 0$ , в лакуне  $(\alpha, \beta)$  дискретен. Через  $N(\lambda, \tau)$  обозначается число собственных значений оператора  $B(t)$ , прошедших через точку  $\lambda$  при увеличении  $t$  от 0 до  $\tau$ . В работе была получена асимптотика  $N(\lambda, \tau)$  при  $\tau \rightarrow +\infty$ , в случае, когда возмущение  $V(x)$  имеет степенную асимптотику на бесконечности  $V(x) \sim \omega(x/|x|)|x|^{-\rho}$ ,  $|x| \rightarrow +\infty$ ,  $\rho \in (0, d)$ .

Основной результат имеет вид  $N(\lambda, \tau) \sim \Gamma_\rho(\lambda)\tau^{d/\rho}$ ,  $\tau \rightarrow +\infty$ . При этом коэффициент  $\Gamma_\rho(\lambda)$  вычисляется в терминах зонных функций оператора  $A$ . При определенных условиях указанная асимптотика справедлива и на левом краю лакуны при  $\lambda = \alpha$ . Каких-либо дополнительных требований на гладкость коэффициентов оператора  $A$  не накладывается. Условие  $\rho < d$  — техническое и может быть снято, если коэффициенты оператора  $A$  достаточно гладкие.

Проверка основного результата сводится к анализу асимптотики сингулярных чисел некоторых интегральных операторов. При этом существенно используются различные обобщения оценки Цвикеля. Найденная асимптотика нелокальна по энергиям, ее порядок отличается от "стандартного"  $\tau^{d/2}$ . Вейлевский характер асимптотики проявляется после замены ролей координат и квазиимпульсов.

## Сходимость метода Галеркина приближенного решения параболического уравнения с интегральным условием на решение

*Смагин В. В.*

Воронежский государственный университет  
КАФЕДРА ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА И ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ

В гильбертовом пространстве абстрактное линейное параболическое уравнение с симметричным оператором и нелокальным интегральным условием на решение решается приближенно полудискретным методом Галёркина, ориентированным на метод конечных элементов. Установлены оценки погрешностей приближенных решений, сходимость приближенных решений к точному решению в различных нормах и скорость сходимости, точная по порядку аппроксимации.

## О периодическом волноводе в условиях неопределенности

*Смагина Т. И.*

Воронежский государственный университет  
КАФЕДРА НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Изучается математическое ожидание  $Mu(x, y, z)$  решения уравнения Гельмгольца

$$\Delta_{x,y,z}u + \varepsilon^2 u = f(x, y, z)$$

со случайными данными  $\varepsilon$  и  $f$ , с условием Дирихле на границе волновода и периодическими по  $x$  условиями.

Показывается, что  $Mu$  получается из решения некоторой детерминированной задачи, которая записывается в виде периодической задачи для обыкновенного дифференциального уравнения с неограниченным операторным коэффициентом. Последняя задача решается приближённо методом Галёркина.

Рассмотрены случаи прямоугольного и цилиндрического волноводов. Проведено исследование зависимости  $Mu$  от закона распределения  $\varepsilon$  и формы волновода.

## Асимптотический анализ решения задачи теплопереноса

*Грицак В.З., Погребницкая А.М., Смирнова С.И.*

Запорожский национальный университет, Агротехнологический университет,  
Таврический национальный университет

Предложен двойной асимптотический подход, который на первом этапе включает разложение по малому параметру (внешняя асимптотика), на втором – гибридный метод ВКБ-Галеркин (внутренняя асимптотика). Данный метод предоставил возможность построить приближенное аналитическое решение для нелинейного дифференциального уравнения второго порядка. С помощью предложенного подхода двойного асимптотического разложения приведено решение задачи о теплоизлучении кольцевых пластин радиатора трапецидального сечения. Сопоставление результатов с прямым численным методом показало, что данное приближенное аналитическое решение справедливо как для малых, так и для больших значений параметра внутреннего разложения. Приведена аналитическая оценка полученного двойного гибридного ВКБ-Галеркин решения, которая продемонстрировала, что при малых значениях параметра при старшей производной данное решение имеет асимптотический характер.

## Обобщенные потенциалы двойного слоя для эллиптических систем второго порядка на плоскости

Солдатов А. П.

БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Даны интегральные представления решений эллиптических систем второго порядка с постоянными (и только старшими) коэффициентами, играющих роль потенциалов двойного слоя. С помощью них задачи Дирихле и Неймана редуцируются к эквивалентным системам интегральных уравнений Фредгольма на границе области.

## Нелинейные существенно бесконечномерные уравнения

Статкевич В. М., Богданский Ю. В.

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ УКРАИНЫ “КИЕВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ”

Предлагается абстрактный вариант теоремы Пикара. Оказывается, что изучение нелинейных существенно бесконечномерных дифференциальных уравнений можно проводить по схеме, заимствованной из теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

## Свойство затухания решения за конечное время некоторого нелинейного уравнения теплопроводности

Степанова Е. В.

ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ НАН УКРАИНЫ (ДОНЕЦК)

Изучаются некоторые качественные свойства обобщенного решения задачи Коши для достаточно широкого класса нелинейных эволюционных уравнений в частных производных. Получены условия, при которых решение рассматриваемой задачи обладает свойством затухания. Основным инструментом данного исследования является метод интегральных оценок, который впервые был предложен С.М. Антонцевым и получил свое развитие в работах С.И. Шмарева, Д. Диаса, А.Е. Шишкова, А.Ф. Тедеева и Д. Адреуччи. Полученные результаты могут быть использованы в дальнейших теоретических исследованиях в области дифференциальных уравнений в частных производных.

## Список литературы

- [1] Diaz J.I., Veron L. *Local vanishing properties of solutions of elliptic and parabolic quasilinear equations* // Trans. Amer. Math. Soc. — 1985. — V. 290, №2. — P. 787 — 814.
- [2] Олейник О.А., Иосифьян Г.А. *Аналог принципа Сен - Венана и единственность решений краевых задач в неограниченных областях для параболических уравнений* // УМН. — 1976. — Т. 31, №6. — С. 142 — 166.
- [3] Antontsev S.N., Diaz J.I., Shmarev S.I. *The support shrinking properties for solutions of quasilinear parabolic equations with strong absorption terms* // Ann. Fac. Sci. Toulouse Math. — 1995. — V. 4, №6. — P. 5 — 30.
- [4] Shishkov A., Kersner R. *Instantaneous shrinking of the support of energy solutions* // Journal of Math. Anal. And Appl. — 1996. — V. 198. — P. 729 — 750.
- [5] Andreucci D., Tedeev A. *Sharp estimates and finite speed of propagation for a Neumann problem in domains narrowing at infinity* // Differential Equations — 2000. — V. 5. — P. 833 — 860.



## Об одной экстремальной задаче для связи прямой и двойственной моделей Леонтьева

*Стецюк П. И., Кошлай Л. Б.*

Институт кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины (Киев)

Исследуется связь между структурой спроса и добавленной стоимости в статических моделях Леонтьева. Рассматривается математическая модель, сформулированная как задача нелинейного программирования, включающая соотношения прямой и двойственной моделей Леонтьева и два квадратичных ограничения-равенства. Показано, что если матрица Леонтьева продуктивна и неразложима, то задача имеет единственное решение. Разработан алгоритм нахождения этого решения, даны тестовые расчеты для 7-отраслевого баланса с технологической матрицей, построенной М.В.Михалевичем.

## Сильные компактные характеристики векторных зарядов и новые версии теоремы

### Березанского-Гельфанда-Костюченко о дифференцируемости операторных мер

*Стонякин Ф. С.*

ТАВРИЧЕСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (Симферополь)

Исследуются новые скалярные характеристики векторных зарядов со значениями в локально выпуклых пространствах (ЛВП): сильная компактная вариация, сильная компактная абсолютная непрерывность, универсальная компактная и предельная формы свойства Радона-Никодима. Доказано, что любое пространство Фреше обладает универсальной компактной и предельной формами свойства Радона-Никодима. В качестве приложения получена теорема о конечных приращениях и теорема о среднем для векторных зарядов с компактной выпуклой оценкой. Предложены новые версии теоремы Березанского-Гельфанда-Костюченко о дифференцируемости операторных мер со значениями в сепарабельных гильбертовых и банаховых пространствах, а также — в несепарабельных ЛВП.

## Теорема Бохнера-Филлипса в оценках элементов обратных матриц и ее применение к интегральным операторам

*Струков В. Е.*

Воронежский государственный университет  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Используя теорию представлений абелевых групп и теорему Бохнера-Филлипса, получены асимптотические оценки элементов обратных матриц линейных операторов. Важно, что отсутствует требование абсолютной сходимости рядов Фурье последовательностей пректоров. Результаты применяются к теории интегральных операторов. В частности, рассматривается интегральный оператор определенного вида, и для него доказано, что структура обратного оператора совпадает со структурой исходного, причем ядро обратного оператора обладает в точности теми же свойствами, что и ядро исходного.

## Усреднение нестационарных периодических уравнений

*Бирман М. Ш., Суслина Т. А.*

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Рассматривается широкий класс эллиптических операторов  $A_\varepsilon$ ,  $\varepsilon > 0$ , второго порядка, действующих в пространстве  $L_2(\mathbb{R}^d; \mathbb{C}^n)$ . Предполагается, что  $A_\varepsilon = b(\mathbf{D})^* g(x/\varepsilon) b(\mathbf{D})$ , где  $b(\mathbf{D})$  — матричный оператор первого порядка, а  $g(x)$  — положительно определенная и ограниченная матрица, периодическая относительно некоторой решетки. Рассматривается задача Коши для уравнения типа Шредингера:

$$\partial u_\varepsilon / \partial \tau = -i A_\varepsilon u_\varepsilon, \quad u_\varepsilon(x, 0) = \varphi(x),$$

и задача Коши для гиперболического уравнения:

$$\partial^2 v_\varepsilon / \partial \tau^2 = -A_\varepsilon v_\varepsilon, \quad v_\varepsilon(x, 0) = \phi(x), \quad \partial v_\varepsilon(x, 0) / \partial \tau = \psi(x).$$

Показано, что при  $\varepsilon \rightarrow 0$  решения  $u_\varepsilon$ ,  $v_\varepsilon$  сходятся к решениям  $u_0$ ,  $v_0$  соответствующих "усредненных" задач по норме в  $L_2(\mathbb{R}^d; \mathbb{C}^n)$  при фиксированном  $\tau$ . В предположении некоторой гладкости начальных данных получены квалифицированные оценки погрешности.

## Банаховы фреймы в задаче представления функций рядами

*Терехин П. А.*

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Для фреймов в банаховом пространстве установлена теорема о представлении, а также найдены критерии проекционного фрейма, существования линейного алгоритма разложения по фрейму и выполнения свойства минимальности нормы коэффициентов разложения по фрейму. Будут даны приложения к решению задачи аффинного синтеза на евклидовом пространстве, на единичном отрезке и над кольцом целых  $p$ -адических чисел.

## “Спектральный” интеграл от операторнозначных функций

*Теско В. А.*

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАН УКРАИНЫ (КИЕВ)

В настоящем докладе строится и изучается спектральный интеграл от операторнозначных функций по векторнозначным мерам порожденным разложением единицы некоторого самосопряженного оператора в гильбертовом пространстве. Построение интеграла ведется подобно обычной конструкции стохастического интеграла и проводится постепенно начиная с наиболее простых функций. Наш интеграл обобщает понятия классического интеграла Ито относительно нормальных мартингалов и интеграла Ито на пространстве Фока.

## Об одном классе диофантовых уравнений

*Третьяков Д. В., Халилова З. И.*

ТАВРИЧЕСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В.И. ВЕРНАДСКОГО (СИМФЕРОПОЛЬ)

Пусть  $f(x, y)$  — целочисленная квадратичная форма. Соответствующее диофантово уравнение сводится к уравнению вида  $(ax + by)^2 - Dy^2 = c$ . В случае  $D > 0$  левая часть этого уравнения порождает биекцию между множеством всех

квадратичных иррациональностей и множеством всех целочисленных квадратичных форм указанного вида. В работе рассмотрены так называемые отрицательные  $t$ -дискриминанты, которые характеризуются специфическим разложением этой иррациональности в бесконечную периодическую цепную дробь, содержащую симметричную часть (палиндром). Получено описание отрицательных  $t$ -дискриминантов. Исследуются также диофантовы уравнения, порождённые отрицательными  $t$ -дискриминантами. Найдены условия разрешимости и формулы для решения этих уравнений.

## **Исследование некоторых классов возмущённых операторов методом подобных операторов**

*Ускова Н. Б.*

Воронежский государственный университет  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Получены теоремы о подобии возмущенных операторов специального класса более просто устроенным оператором, а также оценки спектральных проеторов, собственных значений и собственных векторов возмущенного оператора.

## **Игровая задача выбора наилучшего курса яхты**

*Ухоботов В. И.*

Челябинский государственный университет  
КАФЕДРА ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ

Рассматривается задача об управлении яхты с переменным ветром. Задача рассматривается в виде дифференциальной игры. Второй игрок управляет ветром.

## **Смешанная задача теории упругости для полубесконечного слоя**

*Фесенко А. А.*

Одесский национальный университет имени И.И. Мечникова

Рассматривается смешанная задача теории упругости для слоя:  $x \geq 0$ ,  $-\infty < y < \infty$ ,  $0 \leq z \leq h$ . С граничными условиями: на грани  $z = h$  задана равномерно распределенная по конечному участку сжимающая нагрузка постоянной интенсивности, на гранях  $z = 0$  и  $x = 0$  заданы условия скользящей заделки. Специальная замена дает возможность свести задачу к отдельно решаемой системе и уравнению, краевые условия также разделяются. Применяя интегральные преобразования, получим задачу относительно трансформант. По найденным смещениям строится нормальное напряжение. Исследуется поведение напряжения в угловой точке слоя в зависимости от параметров участка загрузки и толщины слоя.

## Бифуркационный анализ системы уравнений нелинейной теории упругости с моментными напряжениями

Филатов Г. Ф.

Воронежский военный авиационный университет

Рассматриваются основные соотношения нелинейной теории упругости с моментными напряжениями. Для постановки задач устойчивости в "малом" приводится система линеаризованных уравнений для моментного континуума в общем случае упругого потенциала. Для однородного начального состояния получены операторные решения этих уравнений, дан анализ тестовых задач об устойчивости сжимаемой и несжимаемой полосы, "поверхностной" неустойчивости.

## О базисах Рисса из собственных функций одного класса интегральных операторов с конечномерным возмущением

Халова В. А.

ГОУ ВПО "Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского"  
кафедра дифференциальных уравнений и прикладной математики

Доказана теорема о базисности Рисса в пространстве  $L_2[0, 1]$  собственных и присоединенных функций интегрального оператора вида

$$Af(x) = \int_0^{1-x} \frac{(1-x-t)^{n-1}}{(n-1)!} f(t) dt + \alpha \int_0^x \frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!} f(t) dt + \sum_{k=1}^n (f, v_k) g_k(x),$$

где  $x \in [0, 1]$ ,  $\alpha^2 \neq 1$ ,  $(f, v_k) = \int_0^1 f(t)v_k(t) dt$ ,  $v_k(t) \in C^n[0, 1]$ ,  $g_k(x) \in C^n[0, 1]$ , системы функций  $\{g_k^{(n)}(x)\}_1^m$  и  $\{v_k^{(n)}(t)\}_1^m$  линейно независимы.

## О дробно-линейных отношениях и образах угловых операторов

Азизов Т. Я., Сендеров В. А., Хацкевич В. А.

ORT BRAUDE ACADEMIC COLLEGE (KARMIEL, ISRAEL)

$\mathfrak{L} = \mathfrak{L}_1 \dot{+} \mathfrak{L}_2$  — индефинитное пространство,  $A$  — плюс-оператор в  $\mathfrak{L}$ ,  $\mathcal{K}$  — замкнутый единичный шар  $\mathcal{L}(\mathfrak{L}_1, \mathfrak{L}_2)$ ,  $\mathcal{F}_A = \{K, K'\}$ , где  $\{K\} \subseteq \mathcal{K}$ ,  $\{K'\} \subseteq \mathcal{K}$ , — естественно порожаемое  $A$  дробно-линейное отношение:

$$A_{21} + A_{22}K = K'(A_{11} + A_{12}K), \text{ где } A_{ij} \in \mathcal{L}(\mathfrak{L}_j, \mathfrak{L}_i), i, j = 1, 2, A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}.$$

Изучаются множества  $\mathcal{F}_A(K)$ , где  $K \in \mathcal{K}$ , и  $\mathcal{F}_A(\mathcal{K})$ .

Показано, что для различных широких классов негильбертовых  $\mathfrak{L}$  существуют  $A$ :  $\mathcal{F}_A(\mathcal{K}) = \emptyset$ .

В случае гильбертова  $\mathfrak{L}$  продолжается начатое в [1] изучение включений между множествами  $\mathcal{F}_u(\mathcal{F}_v(K))$  и  $\mathcal{F}_{uv}(K)$ .

## Литература

1. V. Khatskevich, M. Ostrovskii, V. Shulman. Math. Nachrichten. 279 (2006). 875–890.

## Теория Рассеяния для CMV Матриц: Единственность, Классы Хельсон-Сегё и Сильный Сегё

*Хейфец А. Я.*

ФТИНТ НАН Украины (Харьков)

Мы развиваем теорию рассеяния для CMV матриц аналогичную теории Фаддеева-Марченко. Получены необходимые и достаточные условия единственности решения обратной задачи рассеяния. Также получены два достаточных условия единственности, которые связаны с Теоремой Хельсона-Сегё и Сильной Теоремой Сегё. Первое условие даётся в терминах ограниченности оператора преобразования связанного с CMV матрицей. Второе условие связано с существованием детерминанта у оператора преобразования. В этих случаях характеризуются параметры Верблюнского CMV матриц, их спектральные меры и функции рассеяния.

Совместная работа с Л. Голинским, Ф. Пехерсторфером, и П. Юдицким.

## Нахождение статистических характеристик решения уравнения диффузии со случайными коэффициентами

*Хребтова С. С.*

Воронежский государственный технический университет  
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

Рассматривается начальная задача для уравнения диффузии со случайными коэффициентами

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = \varepsilon_1(t) \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x_3^2} + f(t, x), \quad (1)$$

$$u(t_0, x) = u_0(x). \quad (2)$$

Здесь  $t \in T = [t_0, t] \subset \mathbb{R}$ ,  $x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ ,  $u$  – искомая функция,  $\varepsilon_j(t) > 0$ ,  $j = \overline{1, 4}$ ,  $f$  – случайные процессы, заданные характеристическим функционалом,  $u_0$  – случайное поле, независимое с  $\varepsilon_j$  и  $f$ . Получены формулы для нахождения первой и второй моментной функций решения задачи (1), (2).

## Алгоритмизация задач, возникающих при комплектовании штатов

*Медведев С. Н., Чернышова Г. Д.*

Воронежский государственный университет  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Рассмотрены задачи комплектования штатов в условиях конкуренции, при наличии возможного обучения, при наборе штатов на несколько предприятий одновременно. Составлены соответствующие математические модели, предложены алгоритмы решения.

## Теорема Герхарда - Прюсса для некоторого класса вырожденных полугрупп операторов

*Чинев А. Г.*

Воронежский государственный университет  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Рассматривается некоторый класс вырожденных полугрупп операторов, действующих в гильбертовом пространстве, в качестве генераторов которых выступают линейные отношения. Получен аналог теоремы Герхарда - Прюсса для полугруппы операторов рассматриваемого класса.

## Волны-убийцы в Мировом океане, как нелинейный эффект уравнения Эйлера

*Шамин Р. В.*

Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН (Москва)

Волны-убийцы представляют собой внезапные поверхностные волны экстремальной амплитуды. Морские волны амплитудой 20-30 метров представляют собой серьезную опасность для судоходства и морских платформ. Известны многочисленные случаи разрушения сухогрузов и танкеров в результате волн-убийц. Существует множество гипотез о причинах возникновения волн-убийц. В нашей работе установлено, что волны-убийцы могут возникать в ходе нелинейной динамики уравнений в частных производных.

## Теплицевы операторы в пространствах типа Соболева и делимость аналитических функций

*Шамоян Ф. А.*

Брянский государственный университет им. акад. И.Г. Петровского

В работе исследуется ограниченность теплицевых операторов в весовых соболевских пространствах аналитических в цилиндре функций. Найдено необходимое и достаточное условие на символ оператора, при котором соответствующий оператор действует в указанных пространствах. Получено приложение указанных результатов в теории наилучших приближений и к вопросам делимости аналитических функций.

## Краевые задачи для уравнения струны в весовых классах

*Шимарева Ю. Н.*

Белгородский Государственный Университет

Рассматриваются различные постановки краевых задач типа Дирихле, Неймана и Дирихле-Неймана для одномерного волнового уравнения в области, выпуклой относительно характеристик. Предполагается, что граница области либо составленной из нехарактеристических гладких дуг, либо содержащей отрезок одной из характеристик. Получено достаточное условие однозначной разрешимости поставленных задач в весовых классах.

## Операторная гладкость функций: нормы Шэттена

*Киссин Э. В., Потапов Д. С., Сукочев Ф. А., Шулман В. С.*

Вологодский государственный технический университет

В докладе будут рассмотрены условия непрерывности, липшицевости, дифференцируемости по Гато и Фреше отображений вида  $A \mapsto f(A)$  в пространстве  $B_r(H)$  всех ограниченных эрмитовых операторов в гильбертовом пространстве  $H$  относительно (квази)норм Шэттена. Обсуждаются, также, многопараметрические версии, неограниченные дифференцирования, обобщения на (несамосопряженные) сжатия и на неограниченные эрмитовы операторы, гладкость вспомогательных конструкций типа унитарной дилатации, векторнозначная теорема Марцинкевича и UMD-пространства.

## **К спектральному анализу оператора Дирака и оператора Шредингера с сингулярным потенциалом в периодическом случае**

*Щербakov А. О.*

Воронежский государственный университет  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Рассматривается применение метода подобных операторов к спектральному анализу одномерного несамосопряженного оператора Дирака с негладким потенциалом и оператора Шредингера с сингулярным потенциалом в случае периодическим граничных условий. Для оператора Дирака получены асимптотика собственных значений, оценки равномерной безусловной равносходимости спектральных разложений для свободного и возмущенного оператора, формула регуляризованного следа, а также оценки длин зон неустойчивости (спектральных лагун) в зависимости от гладкости потенциала. Для оператора Шредингера с сингулярным потенциалом также получены асимптотика собственных значений и оценки сходимости спектральных разложений.

## **О задаче уклонения траекторий от разреженного множества**

*Югай Л. П.*

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова (филиал в г. Ташкенте)

Рассматривается задача уклонения траекторий конфликтно управляемой системы, описываемой обыкновенными дифференциальными уравнениями. Траектории уклоняются от заданного терминального множества одной стороной в условиях противодействий другой стороны и в пределах возможностей каждой из сторон. Ранее такие задачи рассматривались в случае, когда терминальное множество было сильно разреженным (расстояния между точками было больше фиксированной константы). В сообщении это условие ослабляется: терминальное множество может иметь предельную точку. Предлагается пример (обобщенный математический маятник), показывающий преимущества полученных достаточных условий уклонения.

## **Моделирование высокочастотных полей в нерегулярных волноводах через граничные потенциалы**

*Юнаковский А. Д.*

Институт прикладной физики (Нижний Новгород)

Доклад посвящен исследованию возможностей создания широкополосных волноводных систем и преобразователей мод в миллиметровом и терагерцовом диапазонах. Их математические модели должны позволять описывать и изучать процессы распространения СВЧ волн, используя существенно (на два порядка) большие по размерам дифракционные элементы. Модель, учитывающая лишь огибающие высокочастотных компонент сигнала, распространяющегося в многомодовом волноводе (так называемое параболическое приближение), вместо уравнения Гельмгольца описывается уравнением Шредингера. Решение может быть записано в виде граничных потенциалов типа граничных тепловых потенциалов или в виде функционалов Ляпунова. Это позволяет вместо трехмерной пространственной модели со сложной границей моделировать поведение

плотности соответствующих потенциалов на границе с помощью систем двумерных граничных интегральных уравнений вольтерровского типа, удовлетворяющих условию равенства нулю тангенциальных составляющих электрического поля на внутренней границе волновода.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 09-01-00705-а.

## Обратная спектральная задача для дифференциальных операторов на некомпактных графах

*Юрко В. А.*

САРАТОВСКИЙ ГОСУНИВЕРСИТЕТ ИМ. Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Дается обзор результатов по обратным задачам восстановления коэффициентов обыкновенных дифференциальных операторов (потенциалов) на некомпактных пространственных сетях (геометрических графах) по их спектральным характеристикам. Обсуждаются вопросы единственности решения, приводятся алгоритмы построения решений.

## Аналог теоремы Клейнера для ортоскалярных унитарных представлений чум.

*Юсенко К. А.*

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАН УКРАИНЫ (КИЕВ)

Классическая теорема Клейнера классифицирует частично упорядоченные множества (чум), которые имеют конечное число неразложимых представлений в линейных пространствах. Мы обсудим обобщение этой теоремы на случай представлений чум в унитарных пространствах с условием ортоскалярности.

## On the completeness for the systems of differential equations

*Agibalova A. V.*

DONETSK NATIONAL UNIVERSITY (UKRAINE)

We consider in  $L^2([0, 1]; \mathbb{C}^n) := L^2[0, 1] \otimes \mathbb{C}^n$  the  $2 \times 2$  Dirac type system

$$-iBy' + Q(x)y = \lambda y, \quad y = (y_1, y_2)^t, \quad x \in [0, 1], \quad (1)$$

where

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a^{-1} \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}, \quad \text{and} \quad Q = \begin{pmatrix} 0 & Q_{12} \\ Q_{21} & 0 \end{pmatrix}, \quad Q_{12}(x), Q_{21}(x) \in L_1[0, 1]. \quad (2)$$

To the system (1) we attach boundary conditions of the form

$$\begin{aligned} U_1(y) &:= y_1(0) = 0, \\ U_2(y) &:= a_{22}y_2(0) + a_{23}y_1(1) + a_{24}y_2(1) = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

**Theorem.** *Let  $Q_{21}(\cdot) \in C[0, 1]$ . If  $a_{22}a_{23}a_{24} \neq 0$  and  $Q_{21}(1) \neq 0$ , then the system of root vectors of the problem (1)–(3) is complete in  $L_2([0, 1]; \mathbb{C}^2)$ .*

The talk is based on joint work with M. M. Malamud and L. L. Oridoroga.



## Stability and stabilizability of mixed retarded-neutral type systems

*Barkhayev P. Yu.*

KARAZIN KHARKOV NATIONAL UNIVERSITY (UKRAINE)

We analyze the stability and stabilizability properties of mixed retarded-neutral type systems when the neutral term is allowed to be singular. Considering an operator model of the system in a Hilbert space we are interesting in the critical case when there exists a sequence of eigenvalues with real parts approaching to zero. In this case the exponential stability is not possible and we are studying the strong asymptotic stability property. For unstable systems the technics introduced allow to analyze the concept of regular strong stabilizability.

## On the spectral properties of the product of two selfadjoint operators

*Denisov M. S.*

VORONEZH STATE UNIVERSITY (RUSSIA)

Let  $\mathcal{H}$  – be a Hilbert space, and linear operators  $A$  and  $G$  are continuous and selfadjoint. Let  $B := AG$  and  $\kappa \in \mathbb{N}$ .

We say that operator  $B$  has  $\kappa$  *negative squares* if the inner product  $\langle \cdot, \cdot \rangle$ , defined by

$$\langle x, y \rangle := [Bx, y] = [AGx, y] = (GAGx, y), \quad x, y \in \mathcal{H},$$

has  $\kappa$  negative squares, that is, there exists a  $\kappa$ -dimensional subspace  $\mathcal{M} \subset \mathcal{H}$ , such that  $\langle x, x \rangle < 0$  if  $x \in \mathcal{M} \setminus \{\theta\}$ , but no  $(\kappa + 1)$ -dimensional subspace with this property. The operator  $B$  has  $\kappa$  negative squares if and only if the negative spectrum of the selfadjoint operator  $GAG$  consists of  $\kappa$  eigenvalues (counting multiplicities). If  $\kappa = 0$ , then  $B$  is called *G-nonnegative*.

The aim of the talk a description of spectral properties for operator  $B$  with  $\kappa$  negative squares. In particular we will investigate when operator  $B$  has spectral function. The talk is based on joint work with T.Ya. Azizov and F. Philipp.

The work is supported by the Russian Foundation for Basic Researches grant 08-01-00566-a.

## On applications of positive definite functions to the spectrum investigation of the Schrödinger Operators with Point Interactions

*Goloshchapova N. I.*

INSTITUTE OF APPLIED MATHEMATICS AND MECHANICS NAS OF UKRAINE (DONETSK, UKRAINE)

The object of this investigation is to describe the spectra of the self-adjoint extensions of the following minimal symmetric Schrödinger operator in  $L^2(\mathbb{R}^d)$ ,  $d \in \{2, 3\}$

$$H := -\Delta, \quad \text{dom}(H) := \{f \in W_2^2(\mathbb{R}^d) : f(x_j) = 0, \quad j \in \{1, \dots, m\}\}, \quad m \in \mathbb{N} \quad (1)$$

in the framework of the boundary triplets and the corresponding Weyl functions approach.

Our investigation essentially uses the theory of positive definite functions. Namely, using the theory, we establish invertibility of certain matrices necessary for the description of the spectra of self-adjoint extensions and parametrization of the nonnegative self-adjoint extensions of (1) in the case  $d = 3$ .

Separately, we generalize Schöenberg theorem regarding integral representation of the positive definite functions. Moreover, we introduce notion of strictly positive definite function and give sufficient condition for the radial function to be strictly positive definite in  $\mathbb{R}^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

## A free boundary problem for a weakly degenerate parabolic equation

*Hryntsiv N.*

IVAN FRANKO NATIONAL UNIVERSITY OF LVIV (LVIV, UKRAINE)

In a free boundary domain there are investigated an inverse problem for determination of the time-dependent coefficient at the first derivative of the unknown function in the weakly degenerate parabolic equation. The integral and Stefan conditions are given as overdetermination conditions. The conditions of existence and uniqueness of the classical solution to the named problem are established.

## Small oscillations of a partially dissipative hydrosystem

*Kopachevsky N. D., Vronsky B. M.*

TAURIDA NATIONAL V. VERNADSKY UNIVERSITY (SIMFEROPOL, UKRAINE)

We study free normal oscillations of a hydrosystem consisting of a viscous incompressible and an ideal compressible fluids.

For solutions depending on time  $t$  according to the law  $\exp(-\lambda t)$ , this problem transforms to the spectral problem

$$L(\lambda)z = 0, \quad \lambda \in \mathbb{C}, \quad (1)$$

$$L(\lambda) := \begin{pmatrix} -g\Delta\rho Q_1^* Q_1 & 0 \\ \rho_2 c^2 Q_2^* Q_1 & \rho_2 c^2 I \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} \mu I & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \lambda^2 \begin{pmatrix} \rho_1 A_1^{-1} & \rho_2 Q_1^* Q_2 \\ 0 & -\rho_2 c^2 A_2^{-1} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Here  $g$ ,  $c$ ,  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ ,  $\Delta\rho := \rho_1 - \rho_2$ ,  $\mu$  are positive constants,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $Q_1$ ,  $Q_2$  are operators of auxiliary boundary value problems for viscous (in a bounded region  $\Omega_1$ ) and ideal (in a bounded region  $\Omega_2$ ) parts of investigated dynamic hydrosystem, and  $z$  is an unknown (root) element of some Hilbert space.

We prove that problem (1)-(2) has a discrete spectrum with four branches of finite-multiple eigenvalues with limit points at 0 and  $\infty$ . This spectrum is localized at the right complex half-plane in neighborhood of positive semiaxis and two imaginary semiaxes. We give asymptotic behavior of each branch. We prove also theorem on two-multiple completeness of the root elements system for problems (1)-(2).

## The problems of positional control and controllability for nonlinear systems

*Korobov V. I.*

INSTITUTE OF MATHEMATICS, UNIVERSITY OF SZCZECIN (POLAND)

We introduce a class of nonlinear control systems called the staircase systems. For this class sufficient conditions of controllability are given. We also give the solution of the positional synthesis problem based on method of controllability function developing the Lyapunov function method.

# Dad systems of control and observation: problems and results

*Marchenko V. M.*

BELARUS STATE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY (MINSK, BELARUS)

We consider several kinds of linear hybrid systems described by discrete-difference and difference-differential equations with control that generalize the well-known neutral type time-delay system case. Special attention is paid to the difference-differential hybrid systems in symmetric form (DAD systems) and hybrid discrete-continuous 2-D systems. For solutions of DAD systems, a variation-of-constants formula is proposed and the relative controllability-observability principle is established. For stationary systems, we introduce the determining equations and give solution representations into series their determining equation solutions. Then algebraic properties of the determining equation solutions are investigated, in particular, the well-known Hamilton-Cayley matrix theorem is extended to the solutions of the system determining equations. As a result, parametric criteria for the relative controllability and relative observability are given. Some open problems are formulated. The determining equation techniques are also applied to investigate the hybrid discrete-continuous 2-D systems.

## Locally definite normal operators in Krein spaces

*Philipp F.*

TECHNICAL UNIVERSITY OF ILMENAU (GERMANY)

Let  $N$  be a bounded normal operator in the Krein space  $(\mathcal{H}, [\cdot, \cdot])$ , i.e.  $NN^+ = N^+N$ , where  $N^+$  denotes the Krein space adjoint of  $N$ . We say that a number  $\lambda \in \sigma_{ap}(N)$  is a *spectral point of positive type* of  $N$  if for every sequence  $(x_n) \subset \mathcal{H}$  with  $\|x_n\| = 1$  for all  $n \in \mathbb{N}$  and  $(N - \lambda)x_n \rightarrow 0$  as  $n \rightarrow \infty$  we have

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} [x_n, x_n] > 0.$$

In the paper [1] the authors showed that there exists a local spectral function for the *selfadjoint* operator  $N$  on an interval  $\Delta$  if every spectral point of  $N$  in  $\Delta$  is of positive type. For normal operators we prove the following theorem.

**Theorem.** *Assume that  $\sigma(\operatorname{Re} N) \subset \mathbb{R}$ ,  $\sigma(\operatorname{Im} N) \subset \mathbb{R}$  and that there exist  $M > 0$ ,  $n \in \mathbb{N}$  and an open neighborhood  $\mathcal{U}$  of  $\sigma(\operatorname{Im} N)$  in  $\mathbb{C}$  such that*

$$\|(\operatorname{Im} N - \lambda)^{-1}\| \leq M |\operatorname{Im} \lambda|^{-n} \quad \text{for all } \lambda \in \mathcal{U} \setminus \mathbb{R}.$$

*If  $R \subset \mathbb{C}$  is a closed rectangle such that every spectral point of  $N$  in  $R$  is of positive type with respect to  $N$ , then  $N$  has a local spectral function on  $R$ .*

This talk is based on a joint work with C. Trunk and V. Strauss.

## REFERENCES

- [1] H. Langer, A. Markus, V. Matsaev: Locally definite operators in indefinite inner product spaces. *Math. Ann.* **308** (1997), 405–424.

## On a vector moment problem appearing in controllability of neutral type systems

*Sklyar K. V.*

INSTITUTE OF MATHEMATICS, UNIVERSITY OF SZCZECIN (POLAND)

We consider solvability of a vector moment problem by means of its correspondence to controllability problem for a certain delayed system of neutral type. Further we use the analysis of the controllability of neutral type systems given in the work of R. Rabah and G.M. Sklyar. In this way we succeeded to determine exactly the minimal interval on which the moment problem is solvable.

## On the maximal asymptotics for linear differential equations in Banach spaces

*Sklyar G. M.*

INSTITUTE OF MATHEMATICS, UNIVERSITY OF SZCZECIN (POLAND)

We develop the approach proposed in 1982 by the author and V.Ya. Shirman for analysis of asymptotic stability of a linear differential equation in Banach space. It is shown that the method introduced in the mentioned above work allows also to prove the nonexistence of the fastest growing solution for a wide class of linear equations. The later result is a direct generalization of the Arendt-Betty-Lyubich-Phong theorem on asymptotic stability.

## A note on control and reachability of non-homogeneous wave equation with mixed boundary conditions

*Sklyar G. M., Szkibił G.*

INSTITUTE OF MATHEMATICS, UNIVERSITY OF SZCZECIN (POLAND)

We consider two ways of generalization of the classical wave equation:

$$\ddot{v}(x, t) = a(x)v''(x, t) \quad (1)$$

and

$$\ddot{z}(x, t) = (a(x)z'(x, t))'. \quad (2)$$

Here, we denote by dot the derivative with respect to variable  $t \geq 0$  (time) and by prime, we denote the derivative with respect to  $0 \leq x \leq 1$  (place). It is assumed that considered objects extend from 0 to 1. Also, the function  $a$  is bounded by two positive constants. Both of the above equations are subject to the following mixed Dirichlet-Neumann boundary conditions:

$$v(0, t) = z(0, t) = v'(1, t) = z'(1, t) = 0. \quad (3)$$

In addition to this, we assume the objects remain in the rest position at the beginning, i.e.

$$v(x, 0) = z(x, 0) = \dot{v}(x, 0) = \dot{z}(x, 0) = 0. \quad (4)$$

We remark that the equations (1) and (2) with "pure"Neumann:

$$v'(0, t) = z'(0, t) = v'(1, t) = z'(1, t) = 0$$

or Dirichlet

$$v(0, t) = z(0, t) = v(1, t) = z(1, t) = 0$$

conditions were studied earlier with the impact put on the control and reachability. In current paper, we close the study of boundary control and reachability for non-homogeneous string and hanging chain by considering mixed Dirichlet-Neumann boundary conditions. We also give a sketch of spectral analysis of movement related operators.

## On Asymptotics of Some Integrals in Infinite Dimensions

*Steblovskaya V.*

DEPARTMENT OF MATHEMATICAL SCIENCES BENTLEY UNIVERSITY (BOSTON, USA)

We consider integrals of the following type:

$$I(\lambda) = \int_H e^{-\lambda S(x)} f(x) \mu(dx), \quad (1)$$

where  $H$  is a real separable Hilbert space;  $S, f$  are smooth real valued functions on  $H$ ;  $\mu$  is a smooth measure on  $H$ ;  $\lambda > 0$  is a large parameter. Suppose the functions  $S, f$  satisfy conditions guaranteeing the existence of (1). We study the behavior of (1) as  $\lambda$  tends to infinity.

## Smoothness conditions in a problem of controllability of a Timoshenko beam

*Wozniak J.*

UNIVERSITY OF SZCZECIN (POLAND)

We consider a Timoshenko beam slowly rotating in a horizontal plane. For this model we study the problem of description of all states reachable from a position of rest. This problem is equivalent to a non-Fourier trigonometric problem with respect to a system with two asymptotically close families of exponentials. Technically such a problem can be analyzed in terms of divided differences of the moment sequences. It turns out however that the set of reachable states admits an essentially more convenient analytical description in terms of smoothness of final states.

## On Controllability of a Thin Plate Model

*Zuyev A. L.*

INSTITUTE OF APPLIED MATHEMATICS AND MECHANICS NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF UKRAINE (DONETSK, UKRAINE)

This presentation is devoted to the modeling of a mechanical system consisting of a rigid body with a thin elastic plate. The plate vibration is governed by the Kirchhoff plate theory. By using the modal approach, the equations of motion are transformed into an infinite set of ordinary differential equations. It is shown that such a system is not controllable in general. Hence, the approximate controllability problem is set out for the dynamics restricted to an invariant manifold. Then approximate controllability conditions are studied.

This work is supported by a grant from the National Academy of Sciences of Ukraine.

## СПИСОК АВТОРОВ

Агранович Михаил Семенович .....	magran@orc.ru .....	3
Александров Владимир Юрьевич .....	vladal@inbox.ru .....	3
Ананьевский Игорь Михайлович .....	anane@ipmnet.ru .....	3
Антоневич Анатолий Борисович .....	antonevich@bsut.by .....	3
Ардентов Андрей Андреевич .....	aaa@pereslavl.ru .....	3
Аршава Елена Александровна .....	elarshava@mail.ru .....	4
Байдюк Дмитрий Витальевич .....	baydyuk@gmail.com .....	4
Балашов Максим Викторович .....	balashov73@mail.ru .....	5
Балашова Галина Сергеевна .....	balashov_il@mail.ru .....	5
Баскаков Анатолий Григорьевич .....	mmio@amm.vsu.ru .....	5
Безбородова Анна Алексеевна .....	a.a.bezborodova@mail.ru .....	5
Безродных Сергей Игоревич .....	bezrodnykh@pochta.ru .....	6
Белан Евгений Петрович .....	belan@crimea.edu .....	6
Бер Алексей Феликсович .....	ber@ucd.uz .....	7
Битнер Гульфия Гилазутдиновна .....	ggbitner@mail.ru .....	7
Бичегкуев Маирбек Сулейманович .....	bichegkuev@yandex.ru .....	8
Богданский Юрий Викторович .....	bogd__@ukr.net .....	8
Божонок Екатерина Валерьевна .....	katboz@mail.ru .....	8
Брук Владислав Моисеевич .....	vladislavbruk@mail.ru .....	8
Бузыкин Георгий Олегович .....	gbuzykin@newmail.ru .....	9
Буряченко Екатерина Александровна .....	katarzyna_@ukr.net .....	9
Бутерин Сергей Александрович .....	buterinsa@info.sgu.ru .....	10
Вальков Алексей Юрьевич .....	alexvalk@mail.ru .....	10
Векслер Александр Семенович .....	alex-v@ucd.uz .....	10
Виноградов Михаил Михайлович .....	mmvin@ecfor.ru .....	11
Власов Виктор Валентинович .....	vicvvlasov@rambler.ru .....	11
Войтылак Михал Петрович .....	michal.wojtylak@gmail.com .....	11
Воробьёв Антон Алексеевич .....	mmio@amm.vsu.ru .....	11
Высокос Мария Ивановна .....	mvysokos@mail.ru .....	11
Гашко Дмитрий Валерьевич .....	dgashko@rambler.ru .....	12
Глушак Александр Васильевич .....	aleglu@mail.ru .....	12

Гончарова Галина Анатольевна .....	gga57@yandex.ru .....	13
Горохова Ирина Васильевна .....	i.gorochova@rambler.ru .....	13
Грушевой Роман Васильевич .....	grushevoy@imath.kiev.ua .....	13
Гудович Анастасия Николаевна .....	goudovitch@mail.ru .....	14
Гуров Сергей Исаевич .....	sgur@cs.msu.ru .....	14
Даровская Ксения Александровна ...	k.darovsk@googlemail.com ...	14
Дегтярёв Денис Олегович .....	degtyarev.d.o@gmail.com .....	15
Дербушев Алексей Валерьевич .....	dav99984@mail.ru .....	15
Диденко Владимир Борисович .....	mmio@amm.vsu.ru .....	16
Дмитрук Андрей Венедиктович .....	vraimax@mail.ru .....	16
Долбеева Сватлана Филипповна .....	dolbeeva@gmail.com .....	16
Дудов Сергей Иванович .....	dudovsi@info.sgu.ru .....	16
Дуплищева Анастасия Юрьевна .....	mmio@amm.vsu.ru .....	17
Дьяконов Александр Геннадьевич .....	djakonov@mail.ru .....	17
Дымарский Яков Михайлович .....	dymarskii@mail.ru .....	17
Егорова Ирина Евгеньевна .....	iraegorova@gmail.com .....	18
Ершова Юлия Юрьевна .....	crimeanersh@mail.ru .....	18
Жаркынбаев Сабыр .....	zhkvlad@yandex.ru .....	18
Жуковский Владислав Иосифович .....	zhkvlad@yandex.ru .....	19
Жура Николай Андреевич .....	nikzhura@gmail.com .....	19
Задорожный Владимир Григорьевич .....	zador@amm.vsu.ru .....	19
Здобнова Светлана Владимировна .....	svsдобнова@mail.ru .....	19
Зеликин Михаил Ильич .....	mzelikin@mtu-net.ru .....	19
Золотарёв Виктор Валерьевич .....	rzitlpoz@rambler.ru .....	19
Зубова Светлана Петровна .....	spzubova@mail.ru .....	20
Ильин Арлен Михайлович .....	iam@csu.ru .....	20
Калужина Наталья Сергеевна .....	mmio@amm.vsu.ru .....	20
Каразеева Наталия Анатольевна .....	karazeev@pdmi.ras.ru .....	20
Карпенко Ирина Ивановна .....	i_karpenko@ukr.net .....	20
Карпикова Алина Вячеславовна .....	mmio@amm.vsu.ru .....	21
Ким Виталий Эдуардович .....	vita75@yandex.ru .....	21
Киселёв Александр Вячеславович .	alexander.v.kiselev@gmail.com .	21
Кобычев Кирилл Сергеевич .....	mmio@amm.vsu.ru .....	22

Ковалев Юрий Григорьевич .....	yury_kovalev@ukr.net .....	22
Козко Артём Иванович .....	prozerpi@yahoo.co.uk .....	22
Козлакова Галина Алексеевна .....	galina_158@voliacable.com .....	23
Конюхова Надежда Борисовна .....	nadja@ccas.ru .....	23
Кордюков Юрий Аркадьевич .....	ykordyukov@yahoo.com .....	24
Корнеев Всеслав Александрович .....	korneev@ipmnet.ru .....	24
Крутенко Елена Владимировна .....	vvanele@mail.ru .....	24
Кряквин Вадим Донатович .....	vadkr@math.rsu.ru .....	24
Кудрявцева Ирина Игоревна .....	mmio@amm.vsu.ru .....	25
Кудряшов Юрий Леонтьевич .....	dvttvd@mail.ru .....	25
Кузнецов Евгений Борисович .....	kuznetsov@mai.ru .....	25
Кузюрин Николай Николаевич .....	nnkuz@ispras.ru .....	26
Кузьменко Екатерина Михайловна .....	kuzmenko.e.m@mail.ru .....	26
Кумакшев Сергей Анатольевич .....	kumak@ipmnet.ru .....	26
Курбатова Ирина Витальевна .....	mmio@amm.vsu.ru .....	26
Кушель Ольга Юрьевна .....	kushel@mail.ru .....	27
Левенштам Валерий Борисович .....	vleven@math.rsu.ru .....	27
Лиманский Дмитрий Владимирович .....	lim9@telenet.dn.ua .....	27
Лобанов Алексей Иванович .....	alexey@crec.mipt.ru .....	28
Лучанская Анна Михайловна .....	annascience@gmail.com .....	28
Магарил-Ильяев Георгий Георгиевич .....	magaril@mirea.ru .....	28
Маламуд Марк Михайлович .....	mmm@telenet.dn.ua .....	29
Малахова Ирина Сергеевна .....	iam@csu.ru .....	29
Малюгина Маргарита Александровна .....	malyugina-vrn@mail.ru .....	29
Маманазаров А.Б. ....	a.mamanazarov@msu.uz .....	30
Мартынюк Ольга Николаевна .....	martynyk_olga@mail.ru .....	30
Марюшенков Станислав Владимирович .....	mmio@amm.vsu.ru .....	30
Маслянюк Павел Павлович .....	mppdom@i.ua .....	31
Маштаков Алексей Павлович .....	alexey.mashtakov@gmail.com .....	31
Мельникова Ирина Валерьяновна .....	Irina.Melnikova@usu.ru .....	32
Моторный Виталий Павлович .....	motornyivp@yandex.ru .....	32
Муратов Мустафа Абдурешитович .....	mustafa_muratov@mail.ru .....	32
Мусин Ильдар Хамитович .....	musin_ildar@mail.ru .....	32



Назайкинский Владимир Евгеньевич ... nazaikinskii@yandex.ru ...	33
Неверова Дарья Андреевна ..... dneverova@gmail.com.....	33
Неспирный Виталий Николаевич ..... vetal_n@mail.ru.....	34
Новикова Людмила Вадимовна ..... lvnovikova@sfedu.ru.....	34
Обуховский Валерий Владимирович .... valerio-ob2000@mail.ru....	34
Овсеевич Александр Иосифович ..... ovseev@ipmnet.ru.....	35
Овчинников Владимир Иванович ..... vio@comch.ru.....	35
Орлов Игорь Владимирович ..... old@crimea.edu.....	35
Осипенко Константин Юрьевич ..... kosipenko@yahoo.com.....	36
Островский Василий Львович ..... vo@imath.kiev.ua.....	36
Пашкова Юлия Сергеевна ..... j_pashkova@mail.ru.....	36
Перель Мария Владимировна ..... perel@mph.phys.spbu.ru.....	37
Петров Владимир Эрнестович ..... petrov_twell@list.ru.....	37
Печенцов Александр Сергеевич ..... pechentsov@mail.ru.....	37
Печкуров Андрей Викторович ..... mmio@amm.vsu.ru.....	37
Подлипский Олег Константинович ..... ok@mail.mipt.ru.....	38
Поляков Дмитрий Михайлович ..... mmio@amm.vsu.ru.....	38
Попов Владимир Алексеевич ..... volodimir.a@gmail.com.....	38
Протасов Игорь Владимирович ..... i.v.protasov@gmail.com.....	39
Прядиев Владимир Леонидович ..... Pryadiev@bsu.edu.ru.....	39
Радзиевская Елена Ивановна ..... mmio@amm.vsu.ru.....	39
Резуненко Александр Вячеславович rezounenko@univer.kharkov.ua	40
Роженко Наталья Александровна ..... mainatasha@mail.ru.....	40
Романова Елена Юрьевна ..... mmio@amm.vsu.ru.....	40
Романова Мария Юрьевна ..... mmio@amm.vsu.ru.....	41
Рыхлов Виктор Сергеевич ..... RykhlovVS@info.sgu.ru.....	41
Сакс Ромэн Семенович ..... romen-saks@yandex.ru.....	41
Сачков Юрий Леонидович ..... sachkov@sys.botik.ru.....	42
Сачкова Елена Федоровна ..... elenas@u.pereslavl.ru.....	43
Симонов Сергей Александрович ... sergey.a.simonov@gmail.com ...	43
Синтяев Юрий Николаевич ..... mmio@amm.vsu.ru.....	44
Синтяева Ксения Андреевна ..... mmio@amm.vsu.ru.....	44
Скорородов Сергей Леонидович ..... sskorokhodov@gmail.com.....	44

Скрябин Максим Александрович	... maxim.skryabin@gmail.com	... 44
Скубачевский Александр Леонидович	..... skub@lector.ru	..... 45
Слепышев Александр Алексеевич	..... slep55@mail.ru	..... 46
Слоуц Владимир Анатольевич	..... vslousch@list.ru	..... 46
Смагин Виктор Васильевич	..... smagin@math.vsu.ru	..... 47
Смагина Тамара Ивановна	..... smagin@math.vsu.ru	..... 47
Смирнова Светлана Ивановна	..... oiv@crimea.edu	..... 47
Солдатов Александр Павлович	..... soldatov48@mail.ru	..... 47
Статкевич Виталий Михайлович	..... smagin@math.vsu.ru	..... 48
Степанова Екатерина Вадимовна	..... kitti_dob@rambler.ru	..... 48
Стецюк Петр Иванович	..... stetsyukp@gmail.com	..... 49
Стонякин Фёдор Сергеевич	..... fedyor@mail.ru	..... 49
Струков Виктор Евгеньевич	..... mmio@amm.vsu.ru	..... 49
Суслина Татьяна Александровна	..... suslina@list.ru	..... 50
Терехин Павел Александрович	..... terekhinpa@mail.ru	..... 50
Теско Владимир Анатольевич	..... tesko@imath.kiev.ua	..... 50
Третьяков Дмитрий Вадимович	..... dvttvd@mail.ru	..... 50
Ускова Наталья Борисовна	..... mmio@amm.vsu.ru	..... 51
Ухоботов Виктор Иванович	..... ukh@csu.ru	..... 51
Фесенко Анна Александровна	..... fesenco@breezein.net	..... 51
Филатов Геннадий Федорович	..... genfil@list.ru	..... 52
Халова Виктория Анатольевна	..... HalovaVA@info.sgu.ru	..... 52
Хацкевич Виктор Анатольевич	..... victor_kh@hotmail.com	..... 52
Хейфец Александр Яковлевич	..... kheifets.alexander@gmail.com	..... 53
Хребтова Светлана Сергеевна	..... sumeras@yandex.ru	..... 53
Чернышова Галина Дмитриева	..... mmio@amm.vsu.ru	..... 53
Чшиев Аслан Григорьевич	..... mmio@amm.vsu.ru	..... 53
Шамин Роман Вячеславович	..... roman@shamin.ru	..... 54
Шамоян Файзо Агитович	..... shamoyanfa@yandex.ru	..... 54
Шишмарева Юлия Николаевна	..... zhyulia@inbox.ru	..... 54
Шульман Виктор Семенович	..... shulman_v@yahoo.com	..... 54
Щербаков Александр Олегович	..... mmio@amm.vsu.ru	..... 55
Югай Лев Павлович	..... yugailp@mail.ru	..... 55
Юнаковский Алексей Дмитриевич	..... yun@appl.sci-nnov.ru	..... 55

	67	
Юрко Вячеслав Анатольевич .....	yurkova@info.sgu.ru .....	56
Юсенко Константин Андреевич .....	kay.math@gmail.com .....	56
Agibalova Anna Vladimirovna .....	agannette@rambler.ru.....	56
Barhaev Pavel Yurjevich .....	pbarhaev@inbox.ru .....	57
Denisov Mikhail Sergeevich .....	den_i_sov@rambler.ru.....	57
Goloshchapova Nitalia Ivanovna .....	ng85@bk.ru.....	57
Hryntsiv Nadiya .....	hryntsiv@ukr.net .....	58
Kopachevsky Nikolay Dmitrievich .....	kopachevsky@list.ru .....	58
Korobov Valerij Ivanovich .....	korobow@univ.szczecin.pl .....	58
Marchenko Vladimir Matveevich ..	vladimir.marchenko@gmail.com ..	59
Philipp Friedrich .....	friedrich.philipp@tu-ilmenau.de.....	59
Sklyar Ekaterina Valerievna .....	sklar@univ.szczecin.pl.....	60
Sklyar Grigoriy Mikhaylovich .....	sklar@univ.szczecin.pl.....	60
Szkibiel Grzegorz .....	szkibiel@wmf.univ.szczecin.pl .....	60
Steblovskaya Victoria .....	vsteblovskay@bentley.edu .....	61
Wozniak Jaroslaw .....	wozniak@univ.szczecin.pl .....	61
Zuyev Alexander Leonidovich .....	al_zv@mail.ru.....	61